



### Mariateresa Galizia

Architetto (1995), Dottore in Disegno e Rilievo del Patrimonio Edilizio presso l'università degli studi "La Sapienza" Roma. Ricercatore nel settore ICAR17 presso il Dipartimento di Architettura della Facoltà di Ingegneria dell'Università di Catania.



### Cettina Santagati

Ingegnere Edile (1997). Dottore di Ricerca in Disegno e Rilievo del Patrimonio Edilizio (2003) presso l'università degli studi "La Sapienza" Roma. Assegnista di ricerca nel settore ICAR17 presso il Dipartimento di Architettura della Facoltà di Ingegneria dell'Università di Catania.

## Architettura e/è Geometria: dalla forma architettonica alla costruzione geometrica *Architecture and/is Geometry: from the architectural shape to the geometrical construction*

L'avvento delle tecnologie digitali di acquisizione dati 3D ha proiettato gli studiosi dell'architettura in una dimensione del tutto inaspettata. Milioni di punti hanno travolto ricercatori e professionisti ancora culturalmente impreparati ad affrontare la rivoluzione digitale nel campo del Rilievo.

Le nuvole di punti acquisite documentano e allo stesso tempo rappresentano la spazialità degli oggetti reali, tuttavia, nulla rivelano su forma e geometria, architettura e materia se non attraverso una successiva interpretazione.

Il contributo vuole soffermarsi sulle implicazioni teoriche e applicative del processo di interpretazione dei dati acquisiti per la comprensione della geometria e sulla funzione euristica della modellazione digitale, nel passaggio dal "noto all'ignoto", nella "ri-scoperta" della forma e quindi dell'idea progettuale.

*The arrival of digital technologies to capture 3D data has projected the scholars of architecture into a completely unexpected dimension. Millions of points have overcome researchers and practitioners, culturally not ready to face with the digital revolution in the field of Survey.*

*The acquired clouds of points document and at the same time represent the spatiality of real objects. However at first glance they reveal nothing about their shape and geometry, their architecture and materiality so it is required an additional interpretation.*

*The essay focuses on the theoretical and applied implications of the process of interpretation of acquired data for the comprehension of the geometry and on the heuristic function of digital modeling in the transition from the "known to the unknown", in the "rediscovery" of the shape and of the project idea.*

**Parole chiave:** analisi geometrica, sistemi voltati, modellazione 3d, architettura, tecniche costruttive

**Keywords:** geometric analysis, vaulted system, 3d modeling, architecture, building techniques

## INTRODUZIONE

Nella grammatica del progetto, come nella linguistica, il termine costruire prevede il riordino delle singole parti dell'architettura e la loro disposizione e collegamento secondo l'uso e la padronanza della regola geometrica. Di fatto, così come il linguaggio pone la sintassi - che è ordine e sequenza - al centro della correttezza del discorso, anche la costruzione della più semplice superficie presume che sia sotteso il significato geometrico di piano e di retta generatrice.

Dinanzi allo studio e all'analisi delle geometrie generatrici di superfici complesse già realizzate, oggi, l'innumerabile quantità di dati acquisiti mediante laser scanner 3D costituisce un valido supporto per la comprensione dell'architettura. Il modello numerico ottenuto, la cosiddetta nuvola di punti, documenta e allo stesso tempo rappresenta la spazialità degli oggetti reali sin dalla loro fase di acquisizione. Tuttavia, questa copia digitale della realtà nulla rivela su forma e geometria, architettura e materia, se non attraverso una successiva interpretazione nello spazio virtuale del computer in un continuo rimando tra architettura, costruzione e geometria<sup>1</sup>.

Di fatto, lo spazio tridimensionale del computer diviene il fulcro del processo disvelativo, il luogo in cui lo studioso ha la possibilità di poter interagire e dialogare con i milioni di punti acquisiti, ragionando sulle qualità spaziali e geometriche dell'oggetto; in cui l'intuizione sulla genesi geometrica della forma può essere verificata in tempo reale attraverso una semplice interrogazione/sovrapposizione; in cui è possibile passare dalla misura alla rappresentazione, dalla spazialità del reale alla sua discretizzazione e viceversa.

Il contributo si sofferma - attraverso la scelta di significative esperienze di ricerca applicata - sulle implicazioni teoriche e applicative del processo di interpretazione e di costruzione della geometria, sulla funzione euristica della modellazione digitale nel passaggio dal "noto all'ignoto", nella "riscoperta" della forma e quindi dell'idea progettuale. In tal senso, lo studio sulla natura geometrica delle superfici voltate costituisce un campo di applicazione privilegiato, tra teoria e pratica costruttiva, in cui si sperimenta direttamente l'esperienza

spaziale della costruzione delle superfici in architettura, in cui si fondono geometria e computer. Realizzare una superficie voltata si traduce nel risolvere un problema di geometria dello spazio e lo strumento informatico diventa un formidabile supporto operativo. Esso consente di poter svolgere e trattare l'argomento direttamente nello spazio virtuale del computer ridisegnando le tappe della genesi geometrica della forma, simulando il processo costruttivo, costruendo prima le direttrici (le centine della volta) ed intendendo la superficie tra di esse. Di fatti, spesso la costruzione geometrica del modello tridimensionale al computer è governata da algoritmi matematici che traducono in termini analitici le modalità costruttive e/o di tracciamento di tali superfici secondo un *modus operandi* che ripercorre la storia delle tecniche costruttive.

Inoltre, la notevole quantità di dati acquisiti consente di formulare e verificare diverse ipotesi interpretative sulla genesi della forma secondo un processo di astrazione concettuale che vede nella geometria lo strumento per decifrare la complessità della realtà, riscoprendo le intenzioni progettuali e ricostruendo così il modello ideale corrispondente alla forma ideata.

Le riflessioni che seguono nascono dagli esiti degli studi geometrici condotti in questi anni sull'architettura storica locale. Ciascuno dei manufatti indagati è stato scelto per le proprie peculiarità geometriche, architettoniche e costruttive; per ogni caso studio il ritrovamento della genesi della forma ha costituito un importante momento di scoperta e di comprensione delle ragioni/fallimenti dell'architettura spaziando dall'indagine sulla complessità della ideazione di un ambiente interno settecentesco (Refettorio piccolo del Monastero dei Benedettini a Catania), alla lettura a posteriori di interventi di restauro poco accorti su un manufatto gotico (Torre di San Giovanni ad Enna), allo studio di architetture a tholos rurali spontanee in pietra a secco della Sicilia sud orientale (Muragghio Trippatore a Sampieri, Ragusa). Esperienze di rilievo che per molti versi si sono rivelate illuminanti e che hanno stimolato le sperimentazioni su architetture diverse per scoprire i limiti e i vantaggi dello 'strumento' dinanzi alla

perfezione dello studio geometrico di progetto. I casi presentati vogliono quindi essere esempi chiarificatori alla domanda che ricorre sempre più spesso tra gli studiosi dell'area e cioè se "nell'era dell'informatica la geometria è ancora tra i fondamenti della formazione dell'architetto, ingegnere e designer? E se sì, quale geometria?"

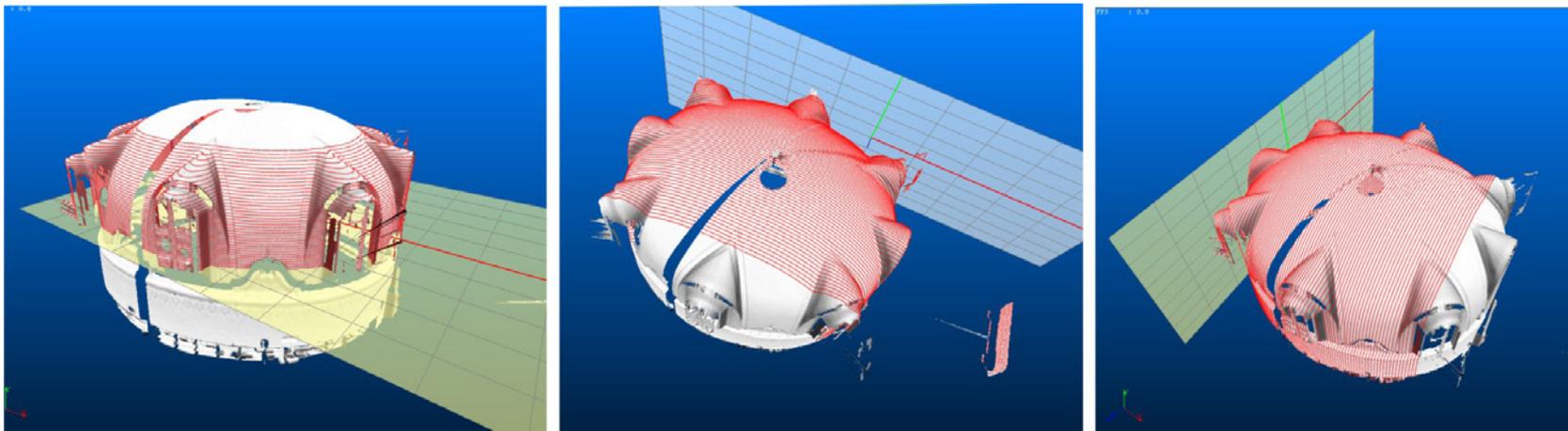
## GEOMETRIA E COMPLESSITÀ: IL REFETTORIO PICCOLO DEL MONASTERO DEI BENEDETTINI A CATANIA

Il Monastero dei Benedettini a Catania, ricostruito dopo il terremoto del 1693, costituì un straordinario banco di prova per gli architetti che si avvicendarono durante la ricostruzione della fabbrica. Nel 1734 l'architetto palermitano Giovan Battista Vaccarini<sup>2</sup> subentra al catanese Francesco Battaglia, progettando il Refettorio grande, l'Antirefettorio e il Refettorio piccolo, organizzati a formare un unitario sistema di ambiti funzionali. La purezza, l'armonia e la complessità delle forme architettoniche ideate dal Vaccarini per l'ambiente del Refettorio piccolo hanno indirizzato lo studio sulla natura geometrica dell'impianto planimetrico, dell'intradosso della superficie voltata e delle lunette dell'ambiente voltato, utilizzando le possibilità della tecnologia laser scanning<sup>3</sup>. Attraverso questo studio puntuale si è voluto dare una risposta scientifica al lungo dibattito, protrattosi fino ai nostri giorni, sulla conformazione piano/altimetrica di questo ambiente.

Il Refettorio piccolo ha impianto planimetrico<sup>4</sup> presumibilmente ovale ed è coperto da una volta a bacino su cui si aprono delle lunette che, in corrispondenza dei due accessi posti lungo l'asse maggiore, sono chiuse da tompani e decorate da ricchi cartigli e volute.

Il piano d'imposta della volta è segnato da un'ampia fascia con un fregio dagli stilemi squisitamente vaccariniani e da una cornice sovrastata da volute che, alternandosi alle lunette, creano un elegante ritmo di pieni e di vuoti.

Lo studio è stato condotto per passaggi successivi interagendo ed estraendo dalla nuvola di punti gli elementi necessari alla descrizione geometrico-matematica delle superfici indagate: impianto planimetrico, intradosso della volta e delle lunette



1. I profili estratti dalla nuvola di punti "affettata" secondo piani orizzontali e verticali.

te L'insieme di dati così denso di informazioni ha consentito la formulazione e la verifica interattiva di alcune ipotesi interpretative sulla genesi della forma. Ipotesi che consentono di risalire alle intenzioni progettuali, ri-costruendo il modello ideale, e di comprendere le tecniche costruttive di tracciamento utilizzate in cantiere. (fig. 1)

Con riferimento alla geometria dell'impianto planimetrico, si è voluto appurare se si trattasse di un'ellisse o di un ovale: la nuvola di punti è stata "affettata" secondo piani orizzontali e si è proceduto alla verifica del profilo-sezione mediante il noto teorema di Pascal sulle coniche<sup>6</sup>.

La condizione di allineamento tra i lati opposti dell'esagono inscritto nella curva non è verificata per uno scarto di 6 cm, ciò vuol dire che l'impianto planimetrico è un ovale che si avvicina molto alla perfezione della forma ellittica. In ogni caso, la sovrapposizione tra la curva analitica e il profilo ricavato dalla nuvola di punti mostra gli scostamenti tra le due curve.

La costruzione grafica di questo ovale, lascia supporre che si tratti (a meno di alcuni scostamenti puntuali di pochi centimetri) di un ovale equilatero, secondo la quarta costruzione fornita da Sebastiano Serlio. (fig. 2)

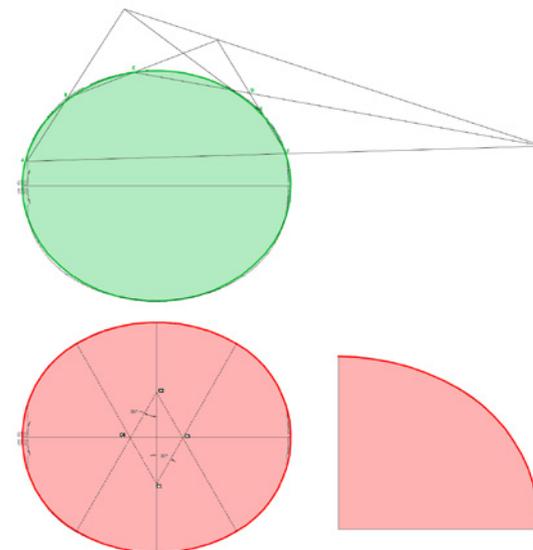
La volta che copre l'ambiente del Refettorio pic-

colo è una volta a bacino. In presenza di un impianto planimetrico ovale, è necessario comprendere se la geometria dell'intradosso di tale volta sia un'ovaloide di rivoluzione o un'ovaloide a tre assi: nel primo caso le sezioni effettuate con piani paralleli all'asse di rotazione saranno dei semiovali, mentre quelle effettuate con piani ortogonali all'asse di rotazione delle semicirconferenze; nel secondo caso, entrambe le sezioni saranno dei semiovali<sup>7</sup>.

Sezionando la nuvola di punti con piani verticali passanti per l'asse maggiore e l'asse minore dell'ovale, i profili ottenuti restituiscono, in entrambe le direzioni, curve assimilabili a semiovali<sup>8</sup>. Ciò fa supporre che la superficie d'intradosso della volta sia un'ovaloide a tre assi.

Resta da individuare la "legge matematica" corrispondente alle pratiche della regola costruttiva secondo cui in cantiere veniva realizzato l'intradosso di tale superficie. Una possibile risposta è suggerita nelle pagine del Manuale dell'Architetto di Daniele Donghi: si definiscono la monta della volta (metà del terzo asse), la sezione longitudinale sull'asse maggiore (curvatura) e la sezione trasversale lungo l'asse minore. La costruzione dell'ovaloide a tre assi è dato dall'involuppo delle diverse sezioni trasversali (poste a distanza

2. La verifica della geometria dell'impianto planimetrico sul profilo orizzontale secondo il teorema di Pascal (in verde è sovrapposta l'ellisse ricavata analiticamente) e la costruzione grafica dell'ovale equilatero (in rosso) secondo la quarta costruzione fornita da Sebastiano Serlio.



costante) che corrispondono all'armatura delle centine in cantiere<sup>9</sup>.

L'algoritmo matematico di lofting è in grado di generare una superficie interpolando le diverse sezioni trasversali, curve generatrici disposte su una schiera di piani paralleli, generando una schiera di direttrici. (fig. 3)

Pertanto, dal modello numerico reale sono stati estratti diversi profili-sezione trasversali a passo costante (25 cm); se ne è studiata la geometria, riscontrando che si tratta di semi-ovali a 5 centri. Questi hanno costituito la base per costruire la superficie loft ideale da confrontare per sovrapposizione con la nuvola di punti al fine di verificare lo scostamento tra i due modelli e validare, così, l'ipotesi precedentemente formulata.

A meno di piccoli scostamenti localizzati, probabilmente dovuti ad irregolarità di tracciamento, e di lievi deformazioni nel tempo si può affermare che la superficie ideata dal Vaccarini a copertura dell'ambiente del Refettorio piccolo sia proprio un ovoide a tre assi.

Infine, si è intrapreso lo studio della geometria delle lunette sezionando il modello numerico secondo piani passanti per gli archi diagonali, paralleli ai piani passanti per l'arco d'imposta (sezioni trasversali) ed ortogonali a questi (sezioni longitudinali). Dall'esame dei profili-sezione si è appurato che gli archi diagonali sono delle porzioni di ovale,

che il vertice della lunetta è a quota più alta rispetto alla chiave dell'arco d'imposta e che il profilo sezione che restituisce la generatrice della lunetta è rettilineo. Si tratta, quindi, di una lunetta cilindroidica la cui superficie è una rigata a piano direttore verticale ed ortogonale al piano passante per l'arco d'imposta<sup>10</sup>.

Gli studi geometrici condotti sull'ambiente del Refettorio piccolo e finalizzati all'individuazione della genesi geometrica delle superfici, fino ad arrivare alla loro descrizione matematica, si sono intrecciati con lo studio sulle modalità di tracciamento in cantiere ripercorrendo i nodi cardine che dall'architettura attraverso la costruzione geometrica portano all'individuazione della geometria e viceversa.

### GEOMETRIA E RESTAURO: LA TORRE-CAMPANILE DI SAN GIOVANNI AD ENNA

Lo studio sulla torre-campanile di San Giovanni ad Enna è parte di una più ampia ricerca condotta sulle torri medievali di Enna<sup>11</sup> volta a conoscere, analizzare e documentare il patrimonio architettonico e ambientale della Sicilia centrale avvalendosi dei più avanzati mezzi tecnologici di rilievo e rappresentazione.

Tra queste, la torre della chiesa di San Giovanni, edificata in epoca normanna, è testimonianza dell'impianto chiesastico in parte demolito e ri-

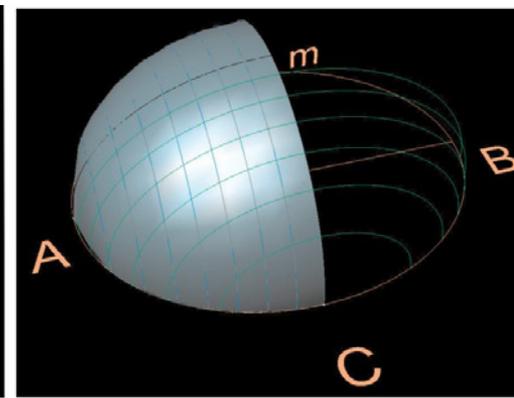
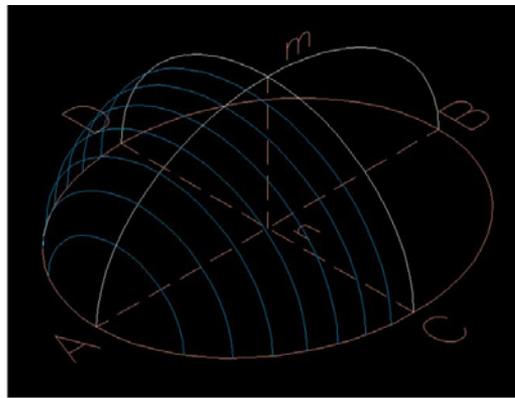
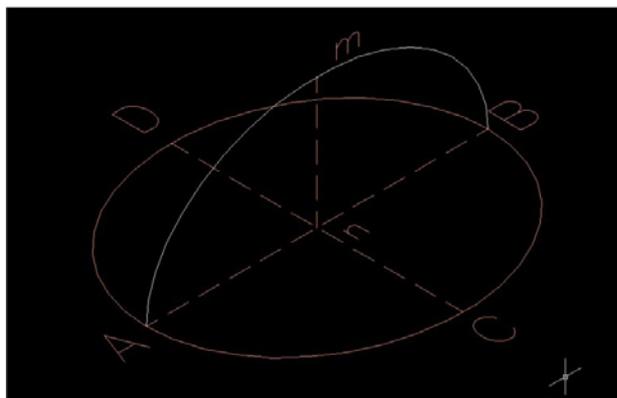
costruito a metà Novecento (XX secolo) con destinazione a sede comunale. Originariamente la torre era l'ingresso alla chiesa secondo lo schema tipologico dei *clocher* porche delle architetture religiose fortificate della Francia settentrionale, riproposte in Sicilia durante il periodo di dominazione normanna.

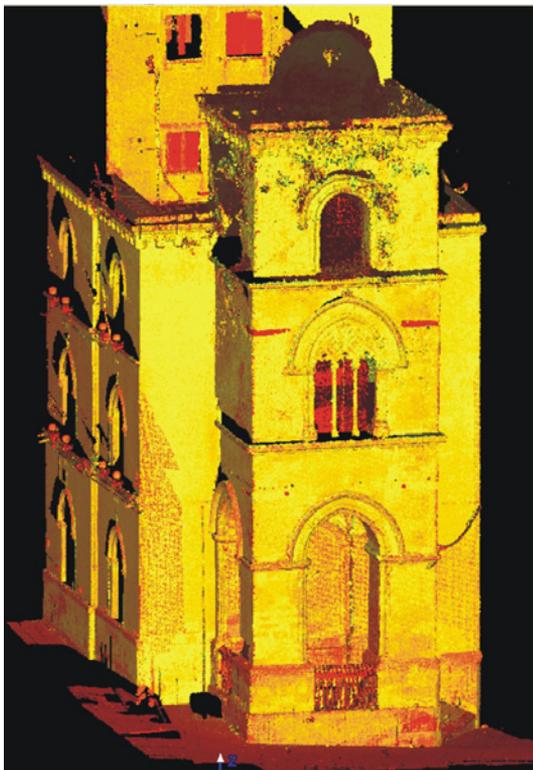
La torre-campanile a pianta quadrata libera su tre lati si eleva, nella sua possente e austera compagine muraria, su tre ordini scanditi da cornici rettilinee sulle quali si impostano le aperture della loggia di ingresso al piano terra (oggi a circa un metro dal livello stradale), la trifora a sesto acuto del secondo ordine e le monofore a tutto sesto della loggia campanaria, che ne ingentiliscono la severa mole.

La torre in sommità è conclusa da una piccola cupola emisferica arabeggiante costruita nel 1921 durante i lavori di restauro dell'architetto Francesco Valenti, soprintendente ai monumenti della Sicilia dal 1919 al 1935. Il Valenti, oltre al rifacimento della copertura, si occupò di ripristinare il portico al piano terreno della torre e di ricostruire parte dell'elegante trifora del secondo ordine e del degradato cornicione di coronamento.

Lo studio ha previsto la verifica critica a-posteriori della geometria dell'intradosso della volta di copertura al fine di comprendere l'attendibilità delle affermazioni contrastanti di due studiosi di

3. La verifica del processo di costruzione in cantiere attraverso centine disposte a distanza costante mediante l'algoritmo matematico di lofting che interpola le diverse sezioni trasversali. .





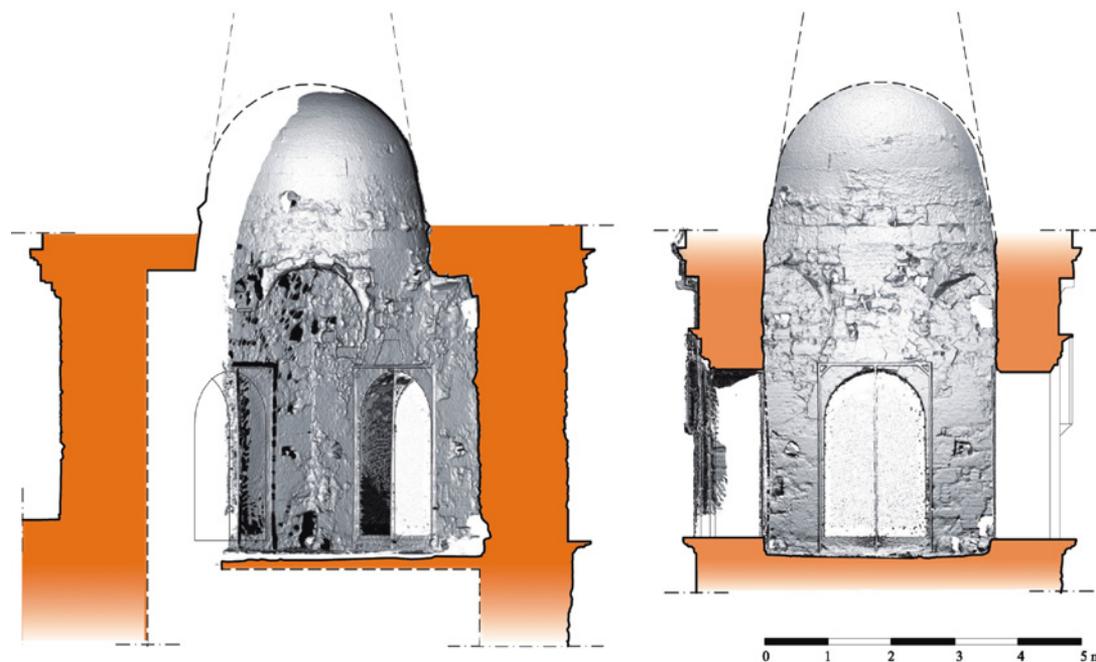
4. La nuvola di punti in formato RGB della torre di San Giovanni.

architettura che hanno esaminato la torre in occasioni diverse. Da una parte quanto affermato da Walter Leopold nel 1910 nella sua dissertazione di dottorato “completava la torre una guglia conica in conci, solo in parte conservata, che posa su peducci rozzamente murati negli angoli del piano superiore”<sup>12</sup>, dall'altra quanto sostenuto dal Valenti nel 1921 “il campanile era coperto da cupola della quale ne esiste una parte”<sup>13</sup>. Quest'ultimo, certo della sua tesi sulla geometria della volta, dispone un intervento di restauro in cui è prevista la ricostruzione di una cupoletta in coccio pesto a memoria delle normanne cube palermitane, piuttosto che una guglia tronco-conica, soluzione peraltro presente in alcuni campa-

nili coevi del territorio circostante (ad esempio, il campanile del duomo di Nicosia). Si è voluto verificare, quindi, attraverso un rigoroso e accurato rilievo scientifico, supportato da strumentazione digitale laser scanner 3D, la reale genesi geometrica della superficie voltata. (fig. 4) Sono stati messi a confronto i dati metrici acquisiti, il carteggio documentale dei lavori di restauro e la documentazione fotografica ed iconografica antecedente ai lavori di restauro annessa allo studio condotto dal tedesco Walter Leopold nel 1901 per la sua tesi di dottorato. I risultati ottenuti dai dati acquisiti attraverso il rilievo strumentale<sup>14</sup> hanno fatto emergere alcune criticità rivelando oltre lo stato di conservazione (tessitura muraria, degrado dei materiali, dissesti) l'incongruenza dell'intervento di ricostruzione della volta a copertura della torre, che ne ha modificato

lo skyline. Nonostante la parzialità dei dati acquisiti dovuta alle difficoltà operative riscontrate in situ<sup>15</sup>, la sezione trasversale e quella passante per la diagonale del quadrato di base della loggia all'ultimo livello restituiscono informazioni più che sufficienti per condurre le verifiche necessarie. Dall'analisi geometrica dei profili ottenuti si evince che la cupoletta realizzata dal Valenti poggia su un tamburo di forma tronco-conica. (fig. 5) Ciò fa supporre che in realtà l'originaria copertura della torre non fosse una cupola, ma una guglia conica a base circolare, confermando l'ipotesi del Leopold. Infine, il passaggio dal quadrato di base della loggia campanaria all'imposta circolare della cupola trova soluzione attraverso raccordi angolari costituiti da una mensola sagomata per aggetti suc-

5. La sezione trasversale e la sezione diagonale del quadrato di base della loggia all'ultimo livello restituiscono la cupoletta, realizzata dal Valenti, poggiante su un tamburo di forma tronco-conica a base circolare.



cessivi e sorretta da unghie i cui archi diagonali sono ellittici, le generatrici in chiave sono rettilinee ad andamento orizzontale e gli archetti d'imposta dei quarti di ellisse. (fig. 6)

Il risultato ottenuto testimonia ancora una volta il ruolo determinante ed imprescindibile del Rilievo, quale strumento di indagine conoscitiva per un'accurata ed efficace documentazione del bene culturale affinché si operi attraverso interventi di restauro consapevoli che non snaturino l'essenza dell'architettura.

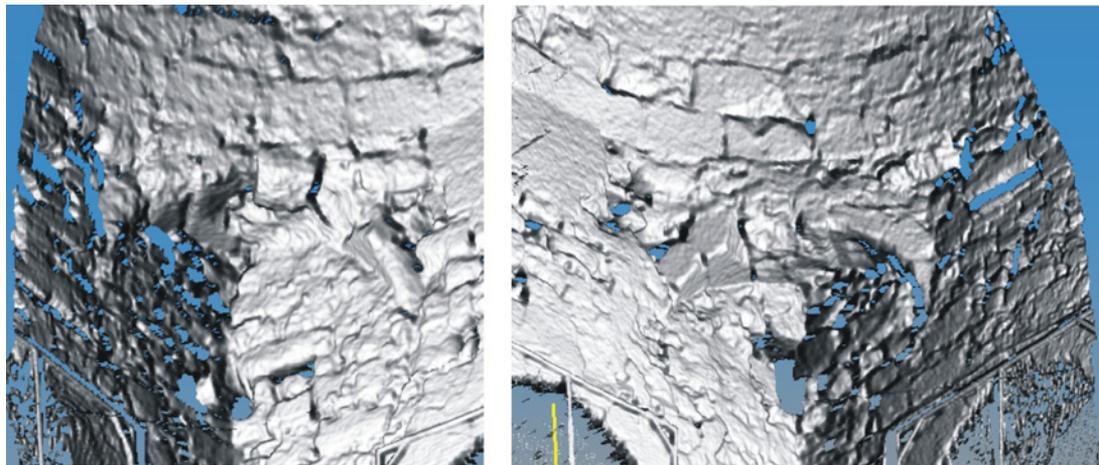
### GEOMETRIA E COSTRUZIONE: LA VOLTA A THOLOS DEL MURAGGIO TRIPPATORE

L'obiettivo dello studio sul *muragghio* di villa Trippatore è la documentazione scientifica di tipiche "architetture senza architetti", i *muragghi*, caratteristiche torri di avvistamento del potere nell'area iblea realizzate in pietra a secco<sup>16</sup>.

Il *muragghio*, sito a Sampieri in provincia di Ragusa e di proprietà della baronessa Gravina, viene realizzato nei primi decenni del '900 in occasione di lavori di ampliamento della villa e di sistemazione degli spazi esterni attorno ad essa. La costruzione di forma tronco conica è realizzata in grossi blocchi di calcarenite locale rozzamente squadrate ed è posizionata più in alto rispetto alla villa. La parte sommitale, con funzione di belvedere, è accessibile attraverso rampe di forma elicoidale, ricavate nel possente spessore murario della costruzione. (fig. 7)

La costruzione ha una base circolare di raggio circa 6.00 mt inscritta nel rettangolo di base del terrazzamento, e si innalza per un'altezza totale circa mt 4,00 su cinque gradoni concentrici. Il vano interno a pianta circolare, illuminato da quattro aperture, è coperto da una cupola a falsa volta impostata sulle pareti d'ambito. Nascosta all'esterno, la cupola si eleva su 27 file concentriche di conci lapidei gradatamente aggettanti verso il centro, fino a chiudere in alto il vano.

Si tratta a prima vista di una struttura autoportante, una cupola in aggetto, che si eleva per successivi anelli orizzontali di diametro decrescente, distribuiti su un piano di posa prevalentemente orizzontale. Un assetto costruttivo simile alle coperture a *tholos* delle tombe micenee o etrusche,



6. I raccordi angolari posti tra il quadrato di base della loggia campanaria e l'imposta circolare della cupola trova soluzione attraverso mensole sagomate per aggetti successivi, sorrette da unghie i cui archi diagonali sono ellittici, le generatrici in chiave sono rettilinee ad andamento orizzontale e gli archetti d'imposta sono dei quarti di ellisse.

7. Il modello mesh del muragghio nella sua forma e matericità.

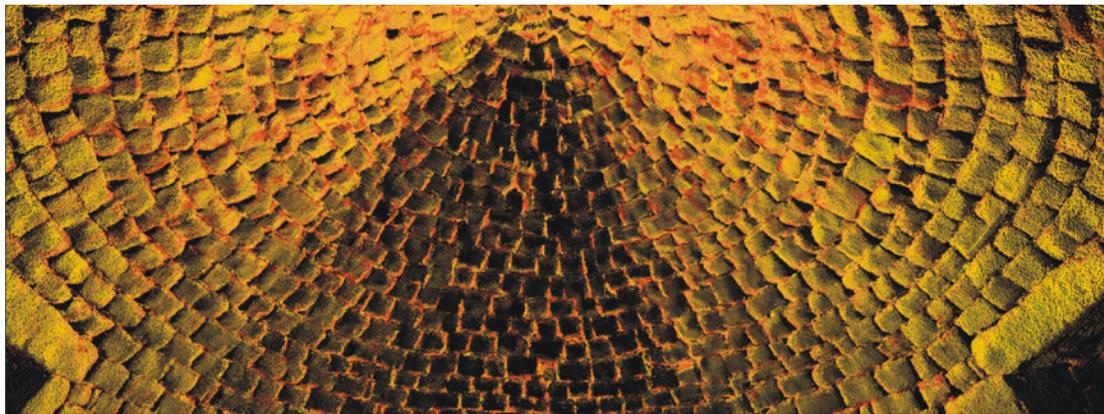


in cui gli elementi litici si autosostengono evitando l'utilizzo di centine.

Lo studio geometrico di questa volta utilizza lo strumento del Rilievo e della Rappresentazione per comprendere la geometria e la prassi costruttiva, la tecnica e la disposizione degli elementi ad essa connessi<sup>17</sup> (fig. 8).

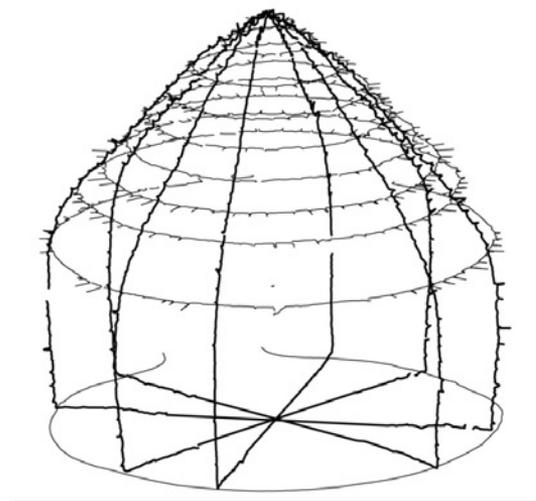
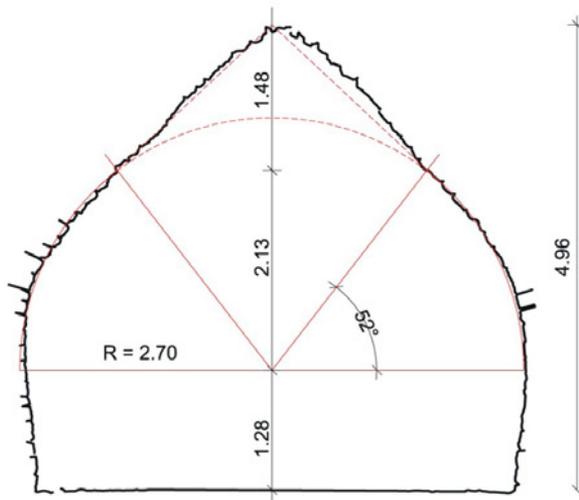
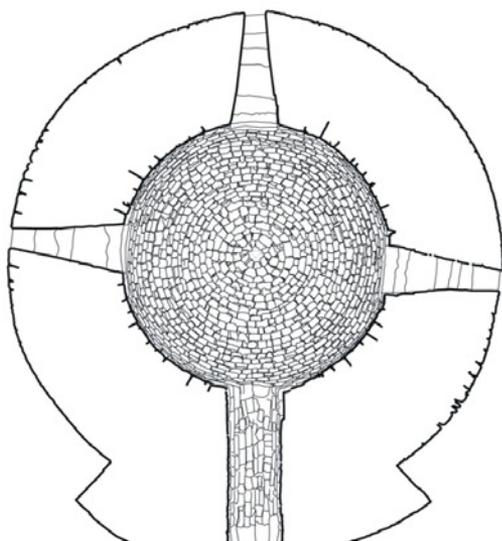
Si è utilizzata la tecnologia laser scanner 3D in modo da acquisire quante più informazioni possibili e condurre tutte le verifiche necessarie allo studio geometrico in maniera puntuale<sup>18</sup>.

Dal rilievo strumentale si è riscontrato che l'andamento della sezione orizzontale della cupola da circolare, mano a mano che si procede verso la sommità, assume una forma più schiacciata riconducibile ad una forma ellittica con asse minore in corrispondenza dell'ingresso al manufatto. Dalla pianta iposcopica si legge chiaramente l'andamento della superficie a vista dei conci le cui dimensioni aumentano progressivamente dall'imposta alla sommità. La restituzione in pianta della cupola per curve di livello con profili estrapolati con passo di 30 cm ha consentito di verificare, laddove il laser è riuscito a penetrare



8. La nuvola di punti in RGB dell'intradosso della cupola.

9. A sinistra, la pianta iposcopica della cupola in cui si legge la geometria della sezione orizzontale da circolare a schiacciata, simile ad una forma ellittica con asse minore in corrispondenza dell'ingresso al manufatto; al centro, la forma parallelepipeda dei conci rilevata dove dal laser attraverso i giunti delle pietre; a destra i profili radiali realizzati con piani passanti per il centro della circonferenza ideale di base.



tra un concio e l'altro, la forma parallelepipeda dei conci.

Per la restituzione dei profili verticali della cupola è stato indispensabile individuare il centro ideale della circonferenza interna di base attraverso cui fare passare dei piani sezione radiali e solidali con gli assi delle aperture. Si è proceduto per approssimazioni successive affettando la nuvola di punti

a quote diverse con profili sezione orizzontali, disegnando per punti le relative circonferenze teoriche ed interpolando la media dei centri in modo da individuare il centro teorico. (fig. 9)

Sono stati ricavati una serie di profili radiali realizzati con piani passanti per il centro della circonferenza ideale di base. Dall'analisi di questi profili sono emersi diversi elementi che hanno fornito il

supporto per verificare le ipotesi formulate e, nel contempo, porre nuovi interrogativi da risolvere cercando conferma nelle tecniche costruttive tradizionali e nei riferimenti storici.

In particolare, si è riscontrato che: l'imposta della cupola si trova alla stessa quota della soglia delle aperture, a circa 1.18 m da terra; la curvatura del profilo generatore non è unica ma è composta da una porzione di profilo circolare che si sviluppa dall'imposta fino a circa 3.20 m da terra comprendendo 14 filari (con un angolo sotteso di circa 50°) cui si sovrappone pressoché in tangenza un profilo rettilineo che nuovamente diventa curvilineo in corrispondenza degli ultimi 4 filari a chiusura della cupola (a circa 4.40 m da terra).

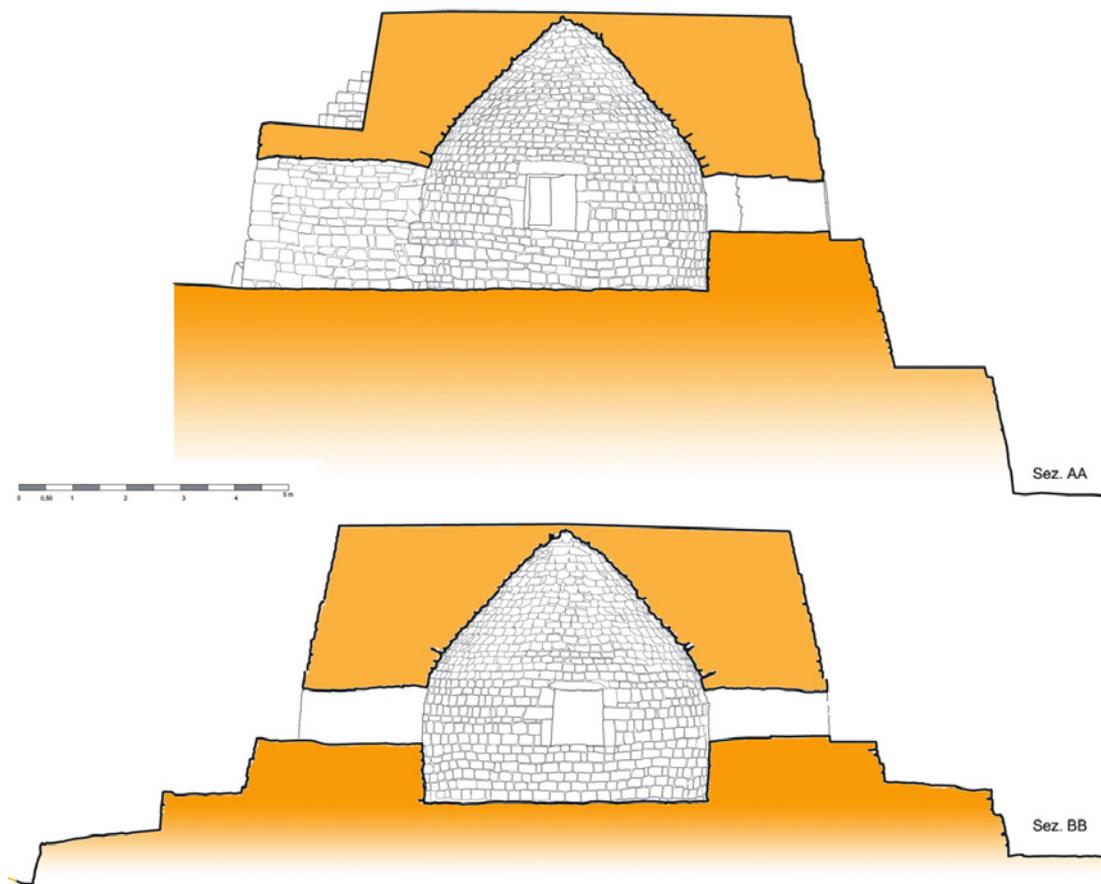
Astraendo da tutte le inevitabili irregolarità geometriche dovute sia ad imperfezioni di posa in opera, alla pezzatura dei conci e a possibili cedimenti della struttura, si può sintetizzare che l'interno del muragghio è un ambiente di forma cilindrica su cui si imposta una porzione di cupola emisferica (circa un quarto) sormontata da un tronco di cono a generatrici pressoché rettilinee. (fig. 10)

Come già accennato, trattandosi di muratura a secco, laddove il laser è riuscito a penetrare tra un giunto e l'altro, è stato possibile appurare le dimensioni e l'andamento dei conci posati in opera. Nella parte bassa della cupola, in corrispondenza del primo tratto costituito dalla porzione emisferica si è notato come in alcune zone (specie in corrispondenza delle aperture) i conci siano disposti secondo letti inclinati (inclinazione massima di circa 27-30 gradi).

Il passaggio dalla curvatura circolare a quella rettilinea in alcuni punti avviene in tangenza, in altri punti sono riscontrabili delle discontinuità. Si può in prima ipotesi supporre che la scelta di cambiare il profilo sia avvenuta in corso d'opera.

La conformazione delle facce dei conci della zona tronco conica del *muragghio* svela la costruzione in oggetto della cupola. Di fatto, l'altezza del concio rimane pressoché costante per tutta l'elevazione della stessa (circa 12-15 cm), la curvatura viene ricavata sagomando la faccia a vista del concio secondo un'inclinazione costante di circa 47° con un aggetto dei conci di circa 10 cm. Infine, l'ultimo tratto del profilo, quello a chiusura della cupola,

10. Le sezioni verticali del muragghio secondo piani passanti per le aperture.



presenta una curvatura ad andamento curvilineo con disposizione nuovamente inclinata dei conci. Il rilievo strumentale ha confermato la prima ipotesi di cupola realizzata con un procedimento costruttivo spingente in oggetto con letti di posa sia inclinati che orizzontali. A supporto della stabilità della fabbrica interviene la spessa massa muraria sovrastante che, trattata a gradoni, funziona da contrappeso.

## CONCLUSIONI

Gli studi condotti hanno costituito l'occasione per comprendere a fondo le regole che sottendono la forma costruita. L'indagine critica sui milioni di punti ottenuti dal rilievo digitale, in un continuo dialogo tra il modello numerico e la sua interpretazione, tra le ipotesi avanzate e le verifiche messe in atto, ha convalidato il principio della regola geometrica come tracciato regolatore, sintassi del progetto e genesi primigenia della forma architettonica, che lega la forma alla struttura e la struttura ai materiali. Il legame tra le singole parti e tra gli elementi che costituiscono l'architettura viene letto ed interpretato a posteriori attraverso modelli numerici che, nel passaggio dalla misura alla forma geometrica, già rivelano i principi pratico-teorici del progetto.

L'opportunità di visualizzare e manipolare l'architettura nella sua spazialità, attraverso la finestra virtuale del computer, consente di focalizzare l'attenzione sulle proprietà geometriche della forma e di ragionare attraverso figure geometriche piane e solidi elementari che scompongono la complessità e permettono, contestualmente alla lettura e il controllo di proporzioni e armonie, compenetrazioni e intersezioni. Questa è una tra le possibili metodologie con cui affrontare consapevolmente le tecnologie informatiche nel campo del Rilievo e della Rappresentazione affinché non se ne sia travolti, operando in maniera scientifica e rigorosa per la crescita della Disciplina della Scienza della Rappresentazione.

## CREDITI

La responsabilità redazionale del contributo può essere così suddivisa:

Mariateresa Galizia, Cettina Santagati: "Introduzione", "Geometria e Costruzione: la volta a tholos del muragghiu Trippatore"

Mariateresa Galizia: paragrafi "Geometria e restauro: la torre-campanile di San Giovanni ad Enna"

Cettina Santagati: paragrafi "Geometria e complessità: il Refettorio Piccolo del Monastero dei Benedettini a Catania"

## NOTE

[1] Sull'argomento cfr. Docci, Mario, Gaiani, Marco, Migliari, Riccardo (2001), Una nuova cultura per il rilevamento, in *Disegnare Idee Immagini*, n. 23, Gangemi, Roma; Migliari, Riccardo (2001) a cura di, *Frontiere del rilievo: dalla matita alle scansioni 3D*, Strumenti del Dottorato di Ricerca, Gangemi editore, Roma.

[2] Cfr. Magnano di San Lio, Eugenio (2008), Giovan Battista Vaccarini, architetto siciliano del Settecento, vol 1-2, Lombardi Editori, Siracusa.

[3] Si è utilizzato il laser scanner a tempo di volo LPM-25HA della Riegl predisponendo un'unica stazione di ripresa posta in posizione quasi baricentrica, realizzando più scansioni con densità di punti differenziate in funzione delle caratteristiche degli elementi da rilevare. Non è stato possibile effettuare una scansione completa da pavimento a soffitto, a causa delle alte scaffalature oggi presenti nell'ambiente.

[4] L'asse maggiore misura 18.50 mt (pari a 80 palmi), l'asse minore 13.50 mt (pari a 60 palmi), l'altezza massima in chiave è pari a 13.10 mt.

[5] Cfr. Santagati, Cettina (2005), 3D Laser Scanner aimed to architectural heritage survey: from the point's cloud to the geometrical genesis determination, in *International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial and Information Sciences*, VOLUME 36 (5); Santagati, Cettina (2007), Il reale e la sua rappresentazione attraverso l'informatica, Il Lunario, Enna; Andreozzi, Luigi, Barnobi, Linda, Colaiacovo, Luca, Giuffrida, Alessia, Santagati, Cettina (2004), Il modello nella rappresentazione delle opere architettoniche e archeologiche, in *Atti del Workshop Earcom 2004 "Tecnologie per comunicare l'architettura"*, Ancona 20-21-22 maggio 2004. Clua edizioni, Ancona, pp. 24-49.

[6] Il teorema di Pascal sulle coniche o dell'esagramma mistico recita "se un esagono è inscritto in una conica allora i lati opposti

si incontrano in tre punti allineati".

[7] Cfr. Donghi, Daniele, *Manuale dell'Architetto*, UTET, 1924.

[8] Si è riscontrato uno schiacciamento della volta in chiave lungo il profilo longitudinale.

[9] Cfr. Donghi, Daniele, *Manuale dell'Architetto*, UTET, 1924.

[10] Cfr. Sapienza, Vincenzo, *Geometria delle volte*, in Documento DAU, n. 12, pp.53-87, Catania, 1995.

[11] Galizia, Mariateresa, Santagati, Cettina (2011) *Digital Survey for Cultural Heritage Safeguard: Saint John Tower in Enna*, in Pavek, Karel (editor), *Proceedings of XXIIIrd CIPA Symposium Prague 12-16 september 2011*. Galizia, Mariateresa, Le volte dell'ambulatorio del Convento Cutelli. Un'esperienza di rilievo strumentale per la conoscenza delle superfici voltate, in L.Andreozzi, *Il laser scanner nel rilievo di architettura*. La nostra esperienza, Il Lunario, Enna, 2003, pp.79-88. Galizia, Mariateresa, (2007), Le torri difensive e le torri campanile nel paesaggio urbano di Enna, memorie del sistema fortificato a difesa del corpo e dell'anima dei suoi abitanti, in Andreozzi, Luigi, (a cura di), *L'architettura di età aragonese nell'Italia centro-meridionale*, Verso la costituzione di un sistema informativo territoriale documentario iconografico, *L'architettura di età aragonese nel Val Demone*, vol. 5, Aracne editrice, Roma 2007, pp.27-42.

[12] Cfr. Leopold, Walter, *Architetture del medioevo in Sicilia a Castrogiovanni*, Piazza Armerina, Nicosia e Randazzo, Il Lunario, Enna 2007, pp. 110-113.

[13] Cfr. Prescia, Renata, Il contributo di Walter Leopold alla "storia dei restauri" in Sicilia e Appendice documentaria, in Leopold Walter, *Architetture del medioevo in Sicilia a Castrogiovanni*, Piazza Armerina, Nicosia e Randazzo, Il Lunario, Enna 2007, p. 91.

[14] Si è utilizzato il laser scanner 3D HDS 3000 a tempo di volo in dotazione al Laboratorio di Fotogrammetria Architettonica e Rilievo "Luigi Andreozzi" del Dipartimento di Architettura dell'Università di

Catania.

[15] Lo stato di conservazione della torre non ha consentito l'accesso al secondo ordine, mentre al terzo ordine della loggia campanaria si accede direttamente dal terrazzo dell'adiacente edificio comunale. A causa delle pessime condizioni del solaio della loggia campanaria non è stato possibile eseguire in sicurezza una scansione dell'ambiente dall'interno. Pertanto lo strumento è stato posizionato sulla soglia della monofora che dà accesso al vano in modo da poter acquisire informazioni sia su gran parte dell'ambiente interno compreso l'intradosso della cupola di copertura, sia su una piccola porzione del vano sottostante.

[16] La pietra utilizzata è del tipo calcarenitica locale, denominata pietra di Modica.

[17] Lo studio ha richiesto un approccio interdisciplinare ed è stato condotto in collaborazione con il prof. Corrado Fianchino (ordinario di Architettura Tecnica ed esperto di tecniche costruttive tradizionali). I primi esiti sono stati pubblicati in Restuccia, Francesca, Fianchino, Corrado, Galizia, Mariateresa, Santagati, Cettina (2012), *The stone landscape of the Hyblaean Mountains: the geometry, structure, shape and nature of the muragghiu*, in Tampone, Gennaro, Corazzi, Roberto, Mandelli, Emma (a cura di), *Domes in the World*. Congress Proceedings Florence march 19-23, 2012. Nardini Editore, Firenze.

[18] Si è utilizzato il laser scanner 3D HDS 3000 in dotazione al Laboratorio di Fotogrammetria Architettonica e Rilievo "Luigi Andreozzi" del Dipartimento di Architettura dell'Università di Catania. Alle operazioni di rilievo in situ ha partecipato l'ing. Umberto Grimaldi.

## BIBLIOGRAFIA

- Andreozzi, Luigi. Barnobi, Linda. Colaiaçovo, Luca. Giuffrida, Alessia. Santagati, Cettina (2004), *Il modello nella rappresentazione delle opere architettoniche e archeologiche, in Atti del Workshop Earcom 2004 "Tecnologie per comunicare l'architettura"*, Ancona 20-21-22 maggio 2004. Clua edizioni, Ancona, pp. 24-49.
- Bianchini, Carlo. Paolini, Priscilla (2003), *Rilievo per il restauro e la messa in sicurezza di Hagia Sophia a Istanbul: prime sperimentazioni, in Disegnare idee immagini*, Gangemi editore, p.26.
- Bianchini, Carlo. Ippolito, Alfonso (2010), *Survey, modelling and analysis of vaulted structures and domes: towards a systematic approach, in Atti dell'XIII Congresso International de Expresión gráfica arquitectónica*, Editorial de la Universitat Politècnica de València.
- Bonanno, Lucia. Inzerillo, Laura. Di Paola, Francesco. Musso, Mariarita (2010), *Repertorio di cupole palermitane, in Convegno A.E.D. "Disegnare il tempo e l'armonia- Il Disegno di Architettura"* Os. FIRENZE, SETT. 2009, pp. 966- 969.
- Canciani, Marco. Falcolini, Corrado. Spadafora, Giovanna (2012), *From complexity of architecture to the geometrical rule. The case study of the dome of San Carlino alle Quattro Fontane in Rome*, in Gambardella, Carmine (a cura di), *Less More Architecture Design Landscape. Le vie dei Mercanti* \_X Forum Internazionale di Studi X, Collana Fabbrica della Conoscenza 16, La Scuola di Pitagora Editrice, Napoli.
- Casu Paola. Pisu Claudia, (2011), *Le volte tardogotiche dipinte nelle chiese sarde, in Colore nel costruito storico. Innovazione, sperimentazione, applicazione.* Giornata di studio, Lerici. ERMES Servizi Editoriali Integrati.
- Chiavoni, Emanuela. Paolini, Priscilla (a cura di) (2007), *Metodi e tecniche integrate di rilevamento per la realizzazione di modelli virtuali dell'architettura della città*, Gangemi editore, Roma.
- Di Paola, Francesco (2007), *Approfondimenti e confronti geometrici sugli archi ribassati in architetture palermitane*, in D'Alessandro, Maria (a cura di) *L'Architettura di età aragonese nell'Italia Centro-Meridionale*, Edizioni Caracol, Palermo, pp. 125-144.
- Docci, Mario. Gaiani, Marco. Migliari, Riccardo (2001), *Una nuova cultura per il rilevamento*, in Disegnare idee ed immagini, Gangemi editore, p. 23.
- Donghi, Daniele (1925), *Manuale dell'Architetto*, UTET.
- Dotto, Edoardo (2002), *Il disegno degli ovali armonici*, Le nove muse editrice, Catania.
- Falcolini, Corrado. Vallicelli, Michele Angelo (2011), *Modeling the Vault of San Carlo alle Quattro Fontane*. Aplimat - Journal of Appl. Math. 4, n. 4.
- Fantini, Filippo. Pini, Stefania (2008), *Villa Adriana's Serapeum: Optimized 3D models for knowledge and distribution of archaeological sites*, in CAA 2008 Proceedings.
- Galizia, Mariateresa (2007), *Le torri difensive e le torri-campanile nel paesaggio urbano di Enna, memoriale del sistema fortificato a difesa del corpo e dell'anima dei suoi abitanti*, in Luigi Andreozzi, (a cura di), *L'Architettura di età aragonese nell'Italia centro-meridionale*, Verso la costituzione di un sistema informativo territoriale documentario iconografico, L'architettura di età aragonese nel Val Demone, vol 5 Aracne editrice, Roma, pp.27-42.
- Galizia, Mariateresa. Santagati, Cettina (2011) *Digital Survey for Cultural Heritage Safeguard: Saint John Tower in Enna*, in Pavelka, Karel (editor), *Proceedings of XXIIIrd CIPA Symposium Prague*.
- Galizia, Mariateresa (2003), *Le volte dell'ambulacro del Convitto Cutelli. Un'esperienza di rilievo strumentale per la conoscenza delle superfici voltate*, in L.Andreozzi , Il laser scanner nel rilievo di architettura. La nostra esperienza, Il Lunario, Enna, pp.79-88.
- Giuffrida, Alessia. Liuzzo, Mariangela. Santagati, Cettina (2007), *Il laser scanner per il rilevamento delle opere archeologiche. Le terme dell'Indirizzo a Catania*, in Andreozzi L. (a cura di), *Il Rilievo dei Beni Architettonici ed Archeologici*. Giornate di studio su Le nuove frontiere del rilevamento digitale Esperienze del passato e prospettive. Atti Convegno 2005, Aracne, Roma, pp. 47-60.
- Inzerillo, Laura (2008), *Il Gotico Chiaromontano, Aragonese E Catalano Nella Sicilia Occidentale. Monofore, Bifore, Trifore E Cappelle Interne*. Edizioni Caracol, Palermo.
- Leopold, Walter (2007), *Architetture del medioevo in Sicilia a Castrogiovanni, Piazza Armerina, Nicosia e Randazzo*, Il Lunario, Enna.
- Lo Turco, Massimiliano. Garzino Giorgio. Spallone, Roberta (2011), *Strategie digitali per modelli conoscitivi*, in Garzino, Giorgio (a cura di), *Disegno (e) in\_ formazione*. Disegno Politecnico, Maggioli, Santarcangelo di Romagna, pp.70-111.
- Magnano di San Lio, Eugenio (2008), *Giovan Battista Vaccarini, architetto siciliano del Settecento*, vol 1-2, Lombardi Editori, Siracusa
- Margani, Luigi (2009), *Archi e volte in muratura*, Edizioni Lussografica, Caltanissetta
- Mecca, Saverio. Dipasquale, Letizia (a cura di) (2009), *Earthen Domes and habitats. The Villages of Northern Syria. An architectural tradition shared by east and west*. ETS, Pisa.
- Migliari, Riccardo (1995), *Ellissi ed ovali. Epilogo di un conflitto*, in Paladio, 16, Roma, pp. 93-102
- Migliari, Riccardo (1999), *Principi teorici e prime acquisizioni nel rilievo del Colosseo*, in Disegnare idee immagini, 19-19, Gangemi editore, pp. 33-50
- Migliari, Riccardo (2001), a cura di *Frontiere del rilievo: dalla matita alle scansioni 3D*, Strumenti del Dottorato di Ricerca, Gangemi editore, Roma.
- Migliari, Riccardo (2003), *Geometria dei modelli*, Edizioni Kappa, Roma
- Migliari, Riccardo (2008), *Rappresentazione come sperimentazione*, in Ikhnos - Analisi grafica e Storia della Rappresentazione, LOMBARDI Editori, Siracusa, pp.11-28.
- Migliari, Riccardo (2009), *Geometria descrittiva - Tecniche e applicazioni*. vol. 2, CittàStudi - De Agostini, Novara.
- Migliari, Riccardo (2010), *'I fondamenti geometrici della progettazione'*, in Gli spazi e le arti, quarto volume dell'appendice XXI Secolo della Enciclopedia, Istituto della Enciclopedia Italiana Fondata da Giovanni Treccani, vol. 4, pp. 299-306.
- Restuccia, Francesca. Fianchino, Corrado. Galizia, Mariateresa. Santagati, Cettina (2012), *The stone landscape of the Hyblaean Mountains: the geometry, structure, shape and nature of the muraggio*, in Tampone, Gennaro, Corazzi, Roberto, Mandelli, Emma (a cura di), *Domes in the World*. Nardini Editore, Firenze.
- Rossi, Gabriele, Leserri, Massimo (2007), *Le geometrie delle architetture in pietra a secco salentine. La cupola in oggetto*, in Gambardella, Carmine (a cura di), *Atti del quinto forum internazionale di studi "Le vie dei mercanti Rappresentare il Mediterraneo"*. La scuola di Pitagora editrice, pp.777-782.
- Santagati, Cettina, (2003), *Analisi di un sistema voltato complesso. La volta del vestibolo del Sacrario ai Caduti della chiesa di San Nicola l'Arena.*, in Andreozzi, Luigi, *Il laser scanner nel rilievo di architettura: la nostra esperienza*, Il Lunario, Enna, pp. 67-78
- Santagati, Cettina (2005), *3D Laser Scanner aimed to architectural heritage survey: from the point's cloud to the geometrical genesis determination*, in International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial and Information Sciences, VOLUME 36 (5).
- Santagati, Cettina (2007), *Il reale e la sua rappresentazione attraverso l'informatica*, Il lunario, Enna.
- Docci, Mario (a cura di) (2006), *Metodologie innovative integrate per il rilevamento dell'Architettura e dell'Ambiente*, Gangemi editore, Roma.
- Tiralongo, Paolo (2006), *Pietra su Pietra architettura in pietra a secco degli Iblei*, EdiARGO, Ragusa
- Valenti, Graziano Mario (2009), *A computing model for the Pantheon's cupola: from the discrete to the continuous. The ideal continuous model*, in Graboff, Gerd, Heinelmann, Michael, Wafier, Markus, *The Pantheon in Rome, Bern studies in the History and Philosophy of Science*, Bern, pp.223-231
- Verdiani, Giorgio. Di Tondo, Sergio. Fantini, Filippo (2009), *The tools to operate reconstructions: An investigation on the vault systems of the Small and Large Baths and Serapeo in Villa Adriana*, in CAA 2009 "Making History Interactive" Proceedings.
- Vernizzi, Chiara (2006), *Rilievo e "laser scanner": dalla nuvola di punti al modello 3d per lo studio delle volte del Duomo di Parma*, in Blasi, Carlo, Coisson, Eva (a cura di), *La Fabbrica del Duomo di Parma*. Stabilità, rilievi e modifiche nel tempo, Parma, pp. 233-250
- Zerlenga, Ornella (1997), *La "forma ovata" in architettura. Rappresentazione geometrica*. Cuen, Napoli