

Tiziano De Carlo

Laureato in scienze per l'architettura, è laureando in architettura per il paesaggio presso la facoltà di Architettura dell'Università IUAV di Venezia. Pittore e disegnatore grafico appassionato cultore di geometria descrittiva.

Vladimiro Valerio

Professore Ordinario di Geometria Proiettiva e descrittiva presso l'Università IUAV di Venezia, è uscito dai ruoli nel 2011. Il suo campo di indagine riguarda la storia della rappresentazione dello spazio, con indagini nella produzione cartografica, nella prospettiva pittorica e nella geometria proiettiva. Recentemente ha studiato l'impatto della riscoperta della Geografia di Tolomeo nella cultura occidentale durante il Rinascimento.

Escher. Il linguaggio di un artista al confine tra arte e matematica

Escher. The language of an artist between art and mathematics

Nel guardare le opere di Escher viene naturale chiedersi se ci sia un principio geometrico alla base delle sue elaborazioni, che tendono a spiazzarci e a confonderci attraverso l'uso sapiente di stratagemmi illusori. Sembra che più mondi coesistano in uno stesso spazio pittorico, il cui orientamento cambia al variare della posizione relativa tra occhio e piano. E' possibile rintracciare elementi stabili, dei punti ordinatori nel suo sistema di rappresentazione?

La presente ricerca, che tenta di fornire una risposta a questo interrogativo è stata sviluppata sulle due stampe "relatività" e "Torre di Babele", apparentemente costruite secondo una prospettiva a quadro obliquo. Si è cercato di capire se l'apparente convivenza spaziale di mondi inconciliabili fosse stata ottenuta attraverso deroghe prospettiche affidate alla sensibilità creativa dell'artista, oppure rispettassero severe regole proiettive. Si è cercato una sorta di conferma delle parole dell'artista allorché osservava che "Anche se non ho avuto un'istruzione o conoscenze in scienze esatte, mi sento spesso

più vicino ai matematici che ai miei colleghi artisti". La ricerca affonda le sue radici nel campo della restituzione prospettica, che consente di ricostruire il riferimento (ove mai esista) della rappresentazione e di ricavare le proiezioni ortogonali degli oggetti rappresentati attraverso un'operazione di ribaltamento.

In looking at works of Escher is natural to ask whether there is a geometrical principle underlying its elaboration, which tend to confuse us and deceiving us through the clever use of illusory tricks. It seems that several worlds coexist in the same pictorial space, the orientation of which varies according to the relative position between the eye and flat. And is it possible to trace stable elements, officers of the points in its system of representation? This work which attempts to provide an answer to this question was developed on the two prints, "Relativity" and "Tower of Babel," apparently made a second oblique perspective. It was investigated whe-

ther the apparently irreconcilable worlds of living space had been obtained through projective strict rules or by the artist's creative sensibility. We have tried some sort of confirmation of the artist's words when remarked that "Even though I had no education or knowledge of the exact sciences, I often feel closer to the mathematicians to my fellow artists." The research has its roots in the field of return perspective, which reconstructs the reference (where ever it exists) of the representation and to obtain orthogonal projections of the objects by a rollover. This operation has also enabled us to discover what are the devices put in place to make possible the coexistence of these worlds.

Parole chiave: Escher, restituzione prospettica, prospettiva

Keywords: Escher, interpretation of images, perspective

Non una volta mi diedero una sufficienza in matematica. La cosa buffa è che, a quanto pare, io utilizzo teorie matematiche senza saperlo. No, ero un ragazzo gentile e un po' stupido a scuola. Immaginatevi adesso che i matematici illustrano i loro libri con i miei quadri! E che io vado in giro con gente colta quasi fossi loro fratello o collega. Non riescono neppure ad immaginarsi che io non ne capisco nulla.

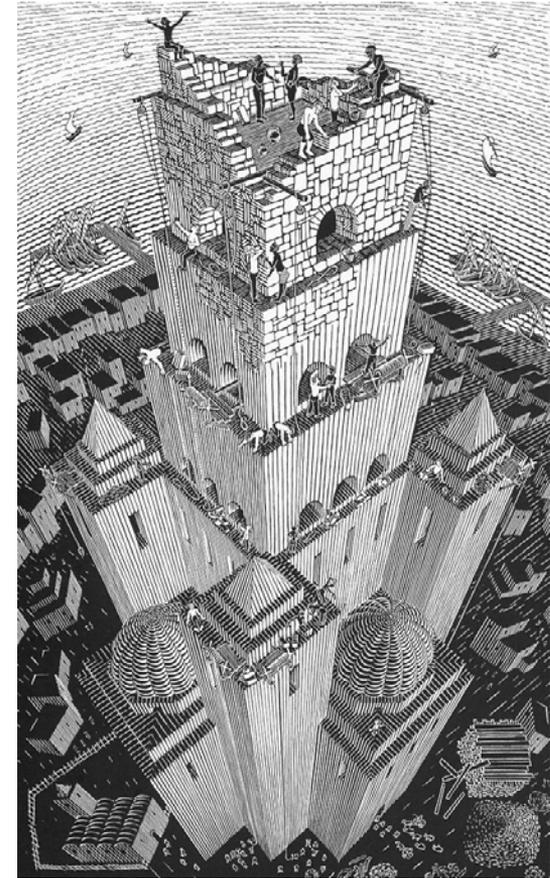
(B. Ernst, Lo specchio magico di M.C. Escher, 1978 p. 27)

INTRODUZIONE

Osservando le opere grafiche di Escher, la loro composizione spaziale, la struttura e la divisione geometrica e ciclica del piano, risulta difficile pensare che nel momento stesso dell'ideazione non vi sia stato sotteso un ragionamento di tipo matematico. La riproduzione dei solidi platonici come partenza per la rappresentazione di poliedri regolari, o ancora, la raffigurazione della continuità e del concetto d'infinito; sembrerebbero frutto di una mente tanto razionale quanto scientifica. Di fatto Escher non conosce la matematica, non la capisce, non essendo portato per gli studi li interrompe e solo più tardi il padre lo iscriverà alla scuola di architettura ed arti decorative, qui Escher deciderà di dedicarsi esclusivamente allo studio delle arti grafiche, tralasciando anche in questo caso gli studi matematici.

Alle lezioni alle quali lo invitano a partecipare i matematici affascinati dal suo lavoro Escher si annoia; l'astrazione matematica infastidisce un artista abituato a ungersi le mani con l'inchiostro delle stampe e la matita xilografica. Escher viene visto dalla critica d'arte del suo periodo un personaggio di confine, sulla soglia tra quei mondi che, nel periodo maturo della sua produzione cercherà sempre di conciliare e far coesistere all'interno di un'unico sistema. Non si sente di appartenere alla cerchia degli scienziati e allo stesso tempo viene allontanato dagli artisti che ritengono la sua opera troppo razionale e oggettiva, non animata da un sentimento personale e romantico capace di riprodurre le cose che lo circondano secondo una propria visione.

L'apparente costruzione matematica sarà sembrata agli artisti coevi un ostacolo per la sua comprensione, di fatto Escher si pone come precursore di un ragionamento volto a dissipare le barriere che dividono matematica e arte. Esse sono entrambe facce di una stessa medaglia, tutte e due spinte alla rappresentazione ed alla spiegazione di ciò che ci circonda; la sfera di appartenenza del matematico e dell'artista è la stessa, entrambi vivono, abitano e si spostano nel medesimo ambiente naturale, dispongono però di mezzi di espressione diversi, segni grafici l'uno, e simboli matematici l'altro. Escher diviene l'anello di congiunzione tra questi due linguaggi differenti traducendo linguaggi matematici in grafici. Come gli artisti del passato utilizza in maniera inconsapevole nozioni scientifiche desunte dalla semplice osservazione dei fenomeni naturali; capace di cogliere il linguaggio matematico che la natura parla, e che è a lui incomprendibile. Questo gli consente di utilizzare involontariamente le regole della simmetria e della proporzione, e in maniera consapevole quelle della prospettiva. A differenza degli artisti del passato però, spinge al limite massimo queste direttive che lo fanno entrare nel campo oscuro delle scienze. Escher si guarda attorno, e con le attitudini tipiche dell'artista le indaga. È possibile allora non essendo un uomo di scienza che le sue opere siano frutto solo dell'intuizione dell'artista? Giotto nel 1300, prima della formulazione canonica della prospettiva dipingeva a Padova nella cappella degli Scrovegni dei cicli narrativi, in cui le forme architettoniche si avvicinano in maniera intuitiva alla rappresentazione prospettica, sembrerebbe vero quindi che la propensione all'osservazione possa spingere a percorrere in parallelo gli stessi campi affrontati dalle scienze senza bisogno di una formazione matematica. Possiamo affermare la stessa cosa per Escher? O è vero il contrario? Nelle tavole proposte si è cercato di capire se i diversi mondi apparentemente inconciliabili creati dall'artista seguissero costruzioni prospettiche affidate all'intuizione o fossero il sapiente uso di deroghe desunte dalla geometria proiettiva.



1. M.C. Escher *Torre di Babele*. La xilografia del 1928.

RESTITUZIONE PROSPETTICA COME STRUMENTO DI ANALISI DEL DISEGNO: LA "TORRE DI BABEL"

Nel cercare di dare una risposta concreta alla domanda posta, si è partiti da una delle opere risalenti alla prima produzione dell'artista, priva cioè delle successive evoluzioni compositive e degli stratagemmi volti a confondere la percezione dell'osservatore: la "Torre di Babele" (fig.1). La xilografia del 1928 raffigura l'episodio biblico della confusione delle lingue, conseguenza della pretesa umana di arrivare Dio. L'episodio è rappresentato nel momento stesso del suo compiersi: la costruzione volta al raggiungimento delle più alte sfere celesti si interrompe bruscamente (alla base della silografia sono presenti ancora i materiali edili accatastati) e ovunque regna incomprensione e caos.

L'intera composizione sembrerebbe concepita secondo le regole della prospettiva a quadro inclinato. Viene spontaneo chiedersi se questa sia stata eseguita secondo i precisi dettami della geometria proiettiva oppure tracciata come farebbe un artista di grandi capacità pittoriche, ma privo di una conoscenza specifica in campo proiettivo. La domanda che si pone è se quella immagine architettonica possa corrispondere ad una vera e propria architettura costruita e poterne, quindi, ricavare pianta e prospetti. Si tratta di verificare e capire se si possa o meno applicare una vera e propria restituzione prospettica.

La prima operazione, consiste nel verificare l'esistenza di tre punti fuga relativi alle direzioni principali dell'oggetto rappresentato (fig. 2). La convergenza di tutte le rette obiettivamente parallele è la prima condizione che deve verificarsi perché quella sia una costruzione prospettica corretta. Verificata tale convergenza, il passo successivo consiste nel considerare i tre punti di fuga come rappresentativi di tre direzioni ortogonali, come dovrebbe essere nella realtà.

L'identificazione di tre punti di fuga ortogonali consente di ritrovare il punto principale (P) della prospettiva e di avviare la determinazione dell'orientamento interno. Il punto P, com'è noto è l'ortocentro del triangolo formato dai tre punti fuga di una terna trirettangola, nel nostro caso i punti F1, F2 e F3.

<http://disignarecon.unibo.it>

Per effettuare il ribaltamento del piano orizzontale, al fine di individuare la pianta, si individua dapprima l'orizzonte della prospettiva definito dalla retta che congiunge i punti di fuga orizzontali F1 e F2 (Fig. 3).

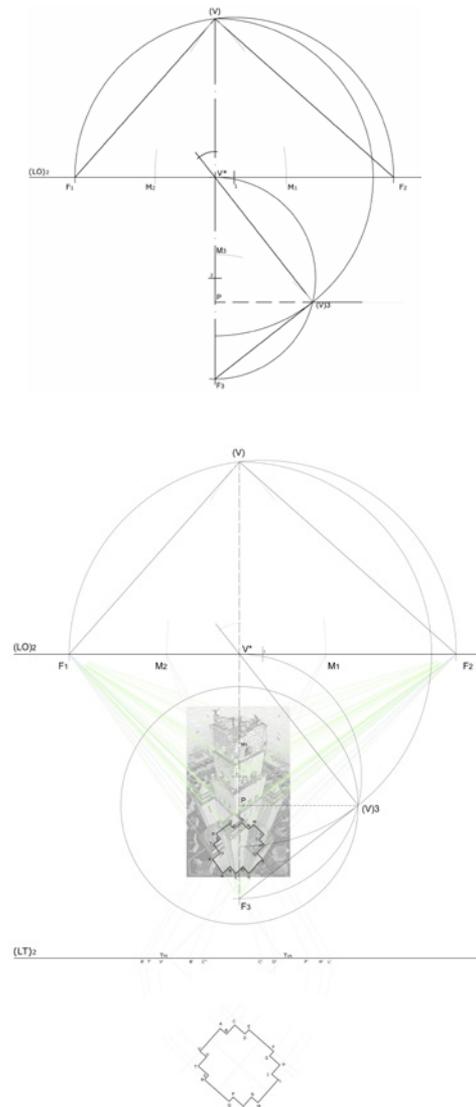
Si possono ora tracciare la semicirconferenza avente diametro F1, F2 e la perpendicolare all'orizzonte (Lo)2 condotta da F3, sulla cui intersezione deve essere posizionato il ribaltamento del punto di vista (V).

Per rendere più agevoli le operazioni grafiche di restituzione, si possono individuare i punti misuratori M1, M2. Per determinare la posizione del punto di vista nello spazio, cioè la distanza principale, si può operare tramite un'operazione inversa di ribaltamento di (V), il cui centro si trova in V* intersezione della traccia del piano F3(V) con la linea d'orizzonte, con raggio V*(V). Sulla ortogonale da P alla retta F3 (V) si individua la proiezione ribaltata sul piano laterale del punto di vista. La distanza P (V)3 fornisce la misura del raggio del cerchio di distanza.

Infine, prolungando la retta (V)3 V* otteniamo l'angolo di inclinazione del quadro rispetto al piano orizzontale, ossia parlando in termini di foto rilevamento si tratta dell'inclinazione dell'asse ottico della macchina fotografica rispetto all'oggetto da rappresentare. Il ribaltamento di (V) attorno a F3 sulla terza fuga ci consente di ottenere il punto misuratore M3 capace di risolvere i problemi metrici delle fughe verticali (fig. 3).

Siamo ora in possesso di tutti gli elementi di orientamento interno con cui è possibile percorrere a ritroso le operazioni prospettiche eseguite da Escher.

Partendo dai punti noti alla base della torre a,b,c,d,e,f, (fig.3) e le tracce TFE TVA condotte sulla (LT)2 da F1, F2, con l'ausilio dei punti misuratori M1, M2, sono stati disegnati sulla linea di terra i sei spigoli noti a',b',c',d',e',f', queste misure ribaltate sulle parallele a F1(V) e F2(V) e rispettivamente condotte dalle tracce TFE TVA permettono di individuare i suddetti spigoli in pianta della torre in prospettiva. Sulla considerazione che si tratti di un'architettura simmetrica, tramite opportuni ribaltamenti lungo gli assi di simmetria si è potuto costruire la pianta della torre di Babele.



2. Ricostruzione dei tre punti di fuga.
3. Ribaltamento del piano orizzontale per individuare la pianta della torre.

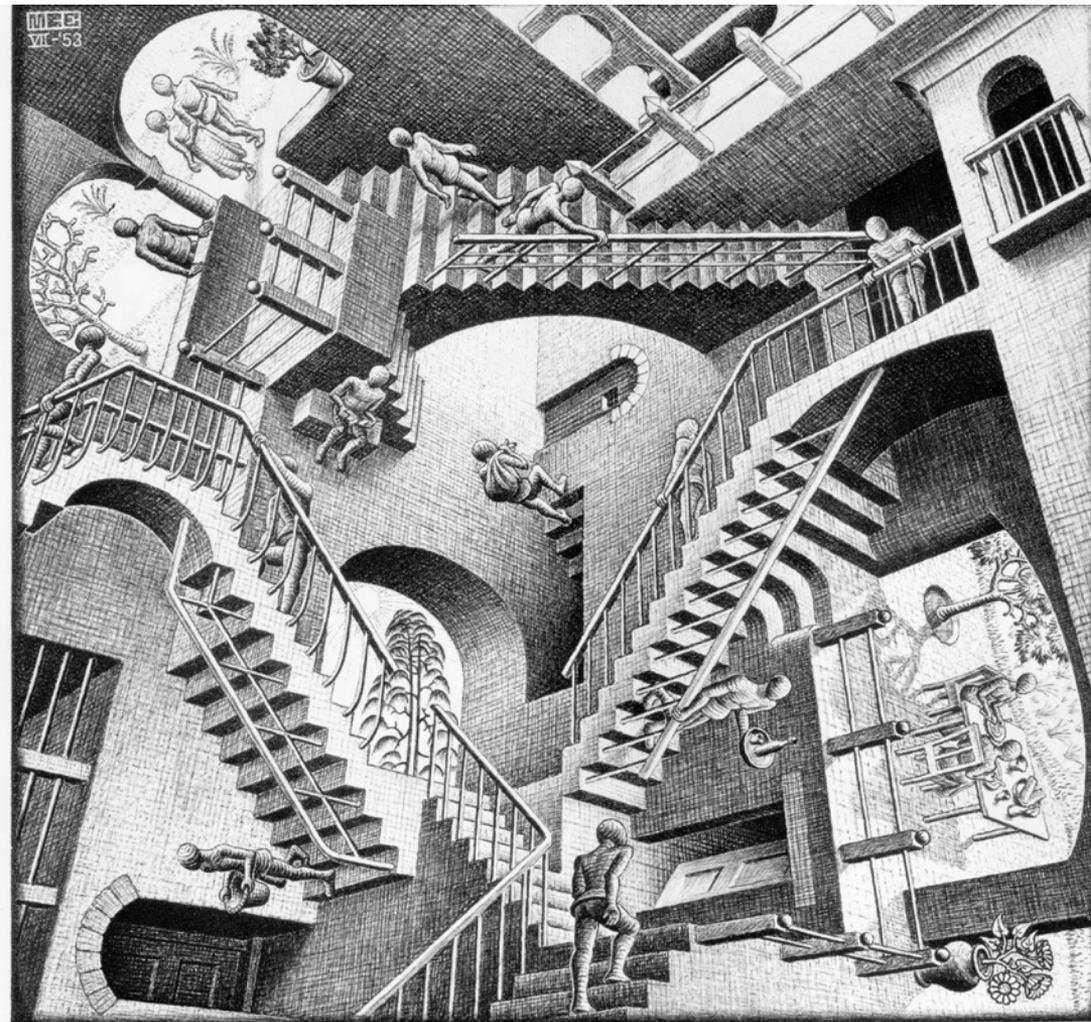
La pianta così ottenuta è stata riportata nella prospettiva verificando la perfetta coincidenza delle verticali rispetto alla pianta ricostruita (fig.3). Questa prima analisi, pur non affrontando ancora il problema delle altezze, ha posto la base per un ulteriore studio e verifica sulla costruzione prospettica delle stampe di Escher, nella convinzione che si potesse parlare di un metodo proiettivo e non di pura intuizione.

STRATAGEMME ILLUSIONI NELLA "RELATIVITÀ"

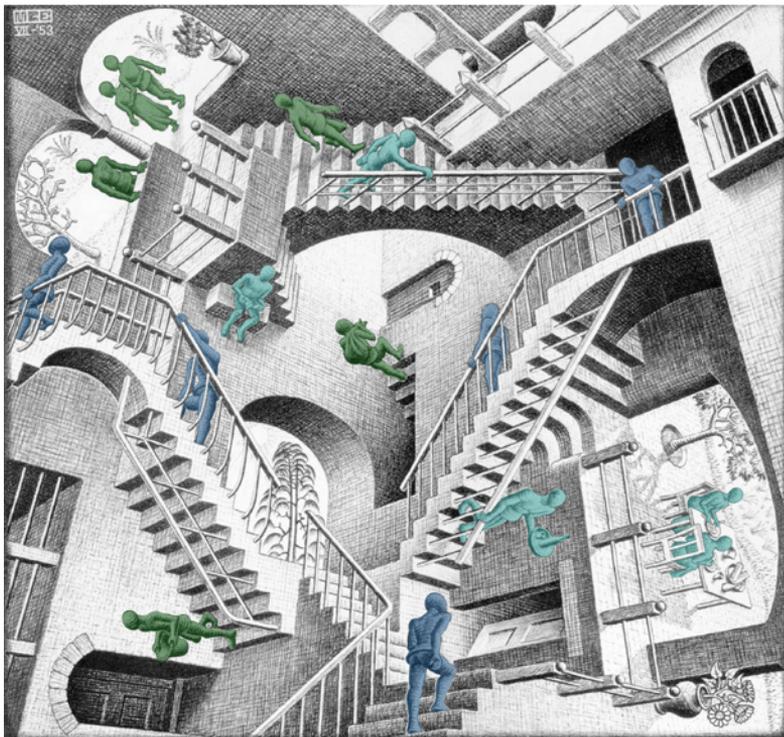
La presa di coscienza della reale costruzione prospettica di un'opera di immediata lettura come quella della "Torre di Babele", non può che accrescere la curiosità nel prendere in esame la produzione successiva dell'artista. Soprattutto nelle opere la cui spazialità espressa nella superficie bidimensionale viene alterata tramite abili giochi illusori, capaci di alterare la percezione dell'osservatore di fronte alla difficoltosa "progettazione" messa in atto da Escher.

Come caso emblematico si è scelta la "Relatività" (fig.4) litografia del 1953, periodo nel quale l'attenzione di Escher si sposta verso il rapporto tra lo spazio e la superficie del disegno. In questa composizione le regole fisiche della gravità sembrano non appartenere ai tre "mondi" che coesistono all'interno di un unico spazio pittorico, ognuno con una propria forza di gravità capace di tenere le persone che vi abitano ben ancorate al proprio piano di riferimento.

Ciò che per un mondo è il pavimento per l'altro diventa parete o soffitto, in un continuo mescolarsi di piani di riferimento, in cui tutte le figure rappresentate non potrebbero condividere il medesimo spazio, poiché le loro concezioni spaziali risulterebbero falsate. Le persone che popolano un mondo sono assolutamente estranee ai mondi differenti che le circondano; e anche quando due personaggi utilizzano la stessa rampa di scale per scendere e salire sembrano non venire mai in contatto. I tre mondi coesistono quindi in realtà spazio-temporali differenti in cui l'uno non è consapevole dell'esistenza dell'altro, ognuno con le proprie leggi fisiche e con la propria luce proveniente dai giardini esterni. Le figure umane che vi abitano sono divise in tre gruppi, due da cinque

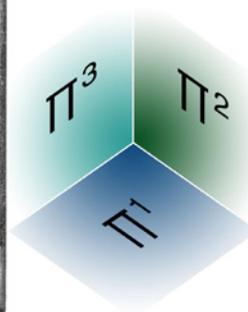


4. M.C. Escher *Relatività*. La xilografia del 1953.

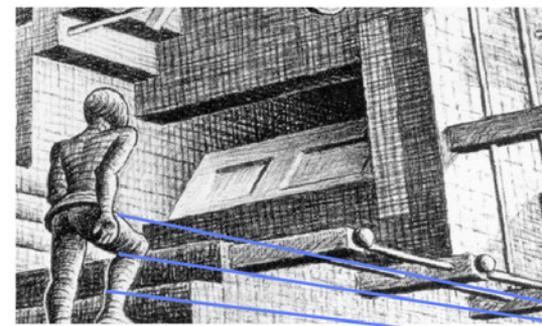
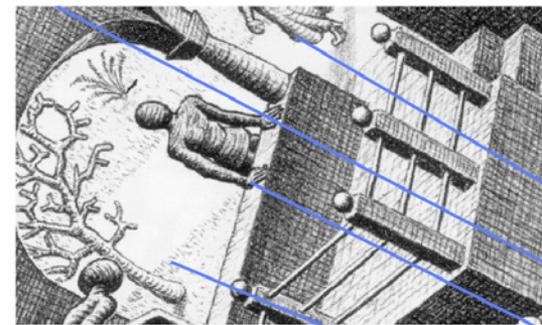


5. I tre gruppi di figure umane.

e uno da sei (fig.5), e vengono rappresentate in modo da non essere caratterizzate e ben distinguibili tra loro; aumentando in questo modo la sensazione di smarrimento ricercata dall'artista. Con l'utilizzo dei tre punti di fuga giacenti all'esterno della superficie rappresentata, Escher pone in atto un nuovo stratagemma illusorio. Non essendo visibili, le tre fughe possono svolgere contemporaneamente le funzioni di punto di allontanamento, di zenit (intersezione della sfera celeste passante per la perpendicolare all'osservatore), e del suo opposto, il nadir. È così ad esempio che il punto F2 della composizione risulta essere punto di allontanamento per la figura in basso della composizione, nadir per la figura a



sinistra che affacciandosi dalla balconata volge la testa in alto (fig.6). Questa relatività di osservazione permette di analizzare liberamente la composizione di Escher: ruotandola per quattro volte lungo i lati della stampa essa apparirà sempre coerente a se stessa; quello che prima era zenit per noi, identificati nelle figure che condividono la nostra percezione di sotto e sopra, diventerà poi punto di allontanamento e così via. Osserviamo adesso la costruzione delle rampe di scale, questo elemento è costruito con le alzate e le pedate della medesima dimensione (fig.7) a differenza della buona norma architettonica. Solo così Escher riesce ad ingannarci utilizzando la stessa rampa per far muovere due figure delle quali una



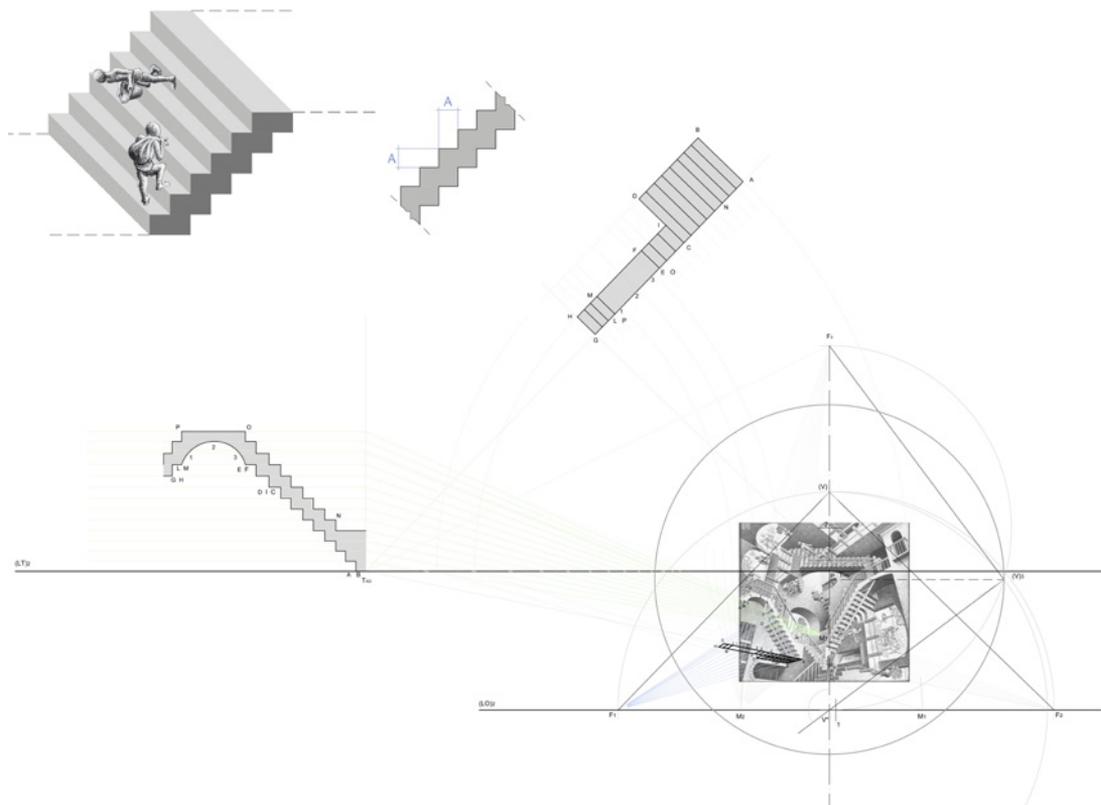
6. Il diverso ruolo delle fughe nella rappresentazione

sale, calpestando l'alzata all'interno di un sistema di riferimento non proprio, mentre l'altra scende, calpestando l'alzata del sistema di riferimento dell'altro. È questo il principale stratagemma illusorio utilizzato dall'artista. Per quanto riguarda la restituzione prospettica di "Relatività" (fig. 8) si è operato con il metodo descritto in precedenza per la stampa della "Torre di Babele" salvo una differenza data dal fatto che si tratta di una prospettiva a quadro obliquo dal sotto in su, pertanto il punto di fuga delle rette verticali si trova al di sopra della linea di orizzonte (LO)2. Rimane ora da stabilire se anche questa composizione sia stata eseguita in maniera proiettivamente corretta, ossia se sia possibile ricostruire i tre

differenti spazi che convivono nell'immagine al di là delle ambiguità percettive. Rintracciati quindi gli elementi di ordinamento interno, si è ottenuta l'immagine sul geometrale della rampa a sinistra della composizione tramite le tre fughe F1, F2, F3 (Fig.8). Trovate le tracce THG TAG condotte rispettivamente da F1, F2 sulla (LT)2 si sono trovati i punti delle pedate della scala conducendoli tramite i punti misuratori sulle parallele F1(V), F2(V). Si nota quindi che l'immagine in prima proiezione abbandona i restringimenti ottici della prospettiva; restituendoci un'immagine coerente alla pianta di una rampa di scale in cui tutte le pedate mantengono la stessa dimensione.

Bisogna ora risolvere i problemi di misura relativi gli spigoli verticali e per fare questo si è congiunta la TAG con F3 e si sono prolungate tutte le alzate dell'immagine prospettica della rampa in TAG F3. L'immagine reale delle altezze delle alzate si è ottenuta congiungendo i punti ottenuti con il terzo punto misuratore M3 fino ad intersecare la perpendicolare a TAG ottenendo in questo modo la seconda proiezione della rampa. Possiamo anche in questo caso notare che i rapporti metrici tra le diverse alzate rimangono gli stessi, ad ogni pedata di uguale dimensione corrisponde un'alzata di uguale dimensione, l'immagine prospettica ha riscontro nella sua proiezione e si può presumibilmente pensare allo stesso modo per le altre quattro. Viene inoltre riportato (fig.9) il grafico della prima e terza proiezione sul quale risulta impostata la prospettiva così come verrebbe disegnata nella sua fase preparatoria. Il grafico ci permette di osservare in pianta la distanza tra l'osservatore, Escher, e il piano di rappresentazione, e sulla proiezione laterale l'inclinazione dell'angolo visuale rispetto al piano di rappresentazione, che risulta essere di 127°.

Con questi due esempi si è voluto dimostrare un preciso quanto complesso lavoro matematico e geometrico alla base dell'affascinante lavoro "grafico" di Escher.



BIBLIOGRAFIA

Dante Nannoni (1982), *Geometria prospettiva progetto: il disegno per la scuola media superiore*, Cappelli editore, Bologna.
Gaetano Fano (1993), *La restituzione prospettica da prospettiva razionale*, Dedalo Libri, Bari.
Federica Pirani, Bert Treffers (2004),

Nell'occhio di Escher, Mondadori, Milano.
Maurits Cornelis Escher (2007), *M. C. Escher: Grafica e disegni*, Taschen, Colonia.
Bruno Ernst (2011), *Lo specchio magico di Maurits Cornelis Escher*, Taschen, Colonia.

7. Costruzione delle rampe di scale.
8. Restituzione prospettica di *Relatività*.
9. Prima e terza proiezione d'impostazione per la prospettiva

