ISSN 1828-5961

L'epoca delle splines: geometrie e linee del progetto contemporaneo
The splines age: geometries and lines of contemporary design

L'iconografia dell'architettura e del design di ogni epoca si caratterizza per l'uso di linee e di forme geometriche che vengono rese realizzabili dall'evoluzione dei materiali e delle tecniche costruttive, nonché dall'introduzione di particolari strumenti matematici a servizio della rappresentazione digitale del progetto. È il caso delle splines, linee alla base delle NURBS (Non Uniform Rational B-Splines) che consentono le freeform divenute il simbolo dell'architettura e del design più avanzato. A partire da una riflessione sulla geometria e sulla rappresentazione di queste particolari curve, questo articolo discute le influenze sulle forme del progetto architettonico contemporaneo che deve obbligatoriamente confrontarsi con modelli matematici e geometrici complessi da cui dipende la loro costruzione.

Architecture and design have always been characterized by lines and geometric forms made possible by new materials and by building technology evolution, as well as by the new mathematical tools for digital design representation. It is the case of the splines, lines on which are based the NURBS (Non Uniform Rational B-Splines) and the freeforms became the symbol of the most advanced contemporary architecture and design. Beginning from the analysis of the geometry and the representation of this particular curves, this paper discusses the role of splines and NURBS on contemporary architectural design that has to deal with the mathematical and geometrical models from which their building depends.

Enrico Cicalò

Si è laureato con lode in Ingegneria Civile presso l'Università di Cagliari. È stato visiting researcher alla Bartlett School of the Built Environment - University College of London. Dottore di ricerca presso l'Università di Sassari dove attualmente è ricercatore di Disegno del Dipartimento di Architettura, Design e Urbanistica.

Andrea Causin

Nato a Sassari, si è laureato in Matematica all'Università di Pavia, DEA en Mathématiques all'Université Paris VII, Dottorato in Matematica all'Università La Sapienza di Roma. Attualmente é ricercatore di Geometria dell'Università di Sassari, Dipartimento di Architettura. Si occupa principalmente di topologia e geometria algebrica.

Margherita Solci

E' nata a Milano, si è laureata e ha conseguito il Dottorato in Matematica all'Università di Pavia, post-doc all'Ecole Polytechnique (Paris). Attualmente é professore associato di Analisi Matematica presso l'Università di Sassari, Dipartimento di Architettura. Si occupa principalmente di calcolo delle variazioni.

Emilio Turco

Nato a Rende (CS) nel 1964. Laureato in Ingegneria civile con lode (Università della Calabria). Dottore di ricerca in Meccanica applicata (Politecnico di Milano). Ricercatore per il settore Scienza delle costruzioni presso l'Università della Calabria. Attualmente è professore associato presso l'Università di Sassari. Si interessa di tematiche relative alla meccanica computazionale.

Parole chiave: splines, NURBS, freeforms, geometria architettonica, rappresentazione digitale

Keywords*: splines, NURBS, freeforms, architectural geometry, digital representation*

(cc) BY-NC

ISSN 1828-5961

1. MODERNITÀ E LIBERAZIONE DELLA FORMA

L'iconografia dell'architettura e del design di ogni epoca si caratterizza per l'uso di linee e di forme geometriche che vengono di volta in volta rese realizzabili dalle innovazioni tecnologiche. L'evoluzione dei materiali e delle tecniche costruttive, nonché l'introduzione di particolari strumenti matematici a servizio della rappresentazione digitale del progetto, hanno consentito l'attuale diffusione capillare di alcune forme geometriche diventate pervasive nell'immaginario della contemporaneità. È il caso delle *splines*, linee alla base delle NURBS (Non Uniform Rational B-Splines) che consentono le cosiddette *freeforms*. Forme che sembrano liberarsi dalla tradizionale geometria euclidea, le *freeforms* ricorrenti nel panorama progettuale contemporaneo vengono elette a simbolo dell'architettura e del design più avanzato in quanto prodotto delle tecniche costruttive e delle tecnologie della rappresentazione più evolute. Tali forme, prima diffuse prevalentemente nel campo del progetto industriale, sono andate incontro negli ultimi decenni a una rapida diffusione anche nel campo architettonico, grazie anche alla diffusione capillare dell'uso delle tecnologie digitali in tutte le fasi progettuali, a partire dalla rappresentazione delle forme, dall'analisi dei materiali e delle componenti edilizie, sino alla fase di analisi strutturale e di costruzione degli oggetti progettati.

Le nuove tecnologie - contraddistinte da acronimi divenuti nel tempo parte integrante del vocabolario del progetto architettonico quali CAD (Computer Aided Design), CAE (Computer Aided Engineering), CAM (Computer Aided Manufacturing), CNC (Computer Numerical Control) e FEA (Finite Elements Analysis) - hanno segnato in maniera profonda l'iconografia del progetto contemporaneo. Dagli anni novanta del ventesimo secolo questi strumenti si sono radicati negli ambiti del progetto e della costruzione delle architetture grazie anche al miglioramento delle loro potenzialità, alla contemporanea diminuzione del loro costo e soprattutto grazie alla loro capacità di rendere possibili forme prima inimmaginabili, in quanto eccessivamente complesse, e irrealizzabili, in quanto altamente dispendiose.

Quello che a prima vista può sembrare la semplice diffusione di forme amorfe, organiche, liquide – per citare solo alcune delle tante denominazioni utilizzate nel dibattito contemporaneo – è, nella maggior parte dei casi, una trasformazione ben più profonda delle relazioni tra rappresentazione, progetto e costruzione: tre fasi che con i nuovi strumenti informatici e digitali tendono a confluire in un unico processo di generazione della forma in cui vincoli e scelte di tipo estetico, tettonico, statico, costruttivo e geometrico vengono a coincidere. La trasformazione del linguaggio dell'architettura contemporanea, che può apparire di tipo meramente formale ed estetico, si fonda sulla ben più sostanziale mutazione delle procedure tecnologiche di produzione dell'architettura stessa.

Sebbene tale tipo di curve fosse in realtà già presente all'interno del ricco repertorio della storia della produzione industriale e architettonica, è con la diffusione di massa e con l'evoluzione tecnologica dei sistemi di rappresentazione digitale che le *splines* hanno conquistato un ruolo di assoluta centralità sia nel processo progettuale sia in quello produttivo, rendendosi disponibili attraverso metodi di rappresentazione sempre più semplici e intuitivi. Se analizziamo l'evoluzione storica

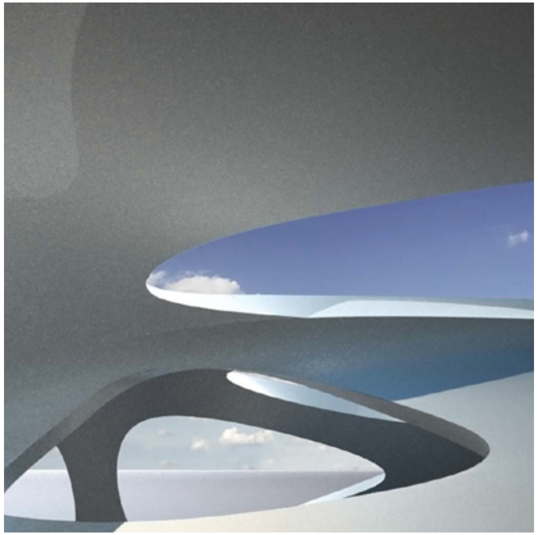

Figura 1.1. Museo Betile, Zaha Hadid, Cagliari.

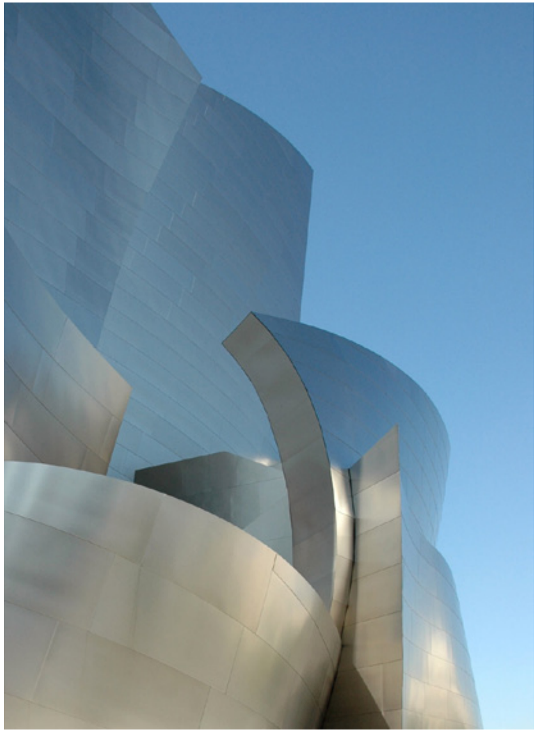

Figura 1.2. Walt Disney Museum, Frank O. Ghery, Los Angeles.

cc BY-NC

ISSN 1828-5961

delle linee negli oggetti progettati, già alla fine del diciottesimo secolo - con l'esplosione dell'Art Nouveau prima e dell'espressionismo poi sino ad arrivare al neo-espressionismo e all'informale - le linee curve ispirate a una sorta di liberazione della forma dal vincolo rettilineo assunsero un ruolo di primissimo piano nel repertorio formale delle forme progettate, sia alla scala architettonica sia a quella dell'oggetto d'uso quotidiano.
Tra gli architetti che favorirono questo processo di liberazione della forma, Antoni Gaudí fu il precursore dei moderni processi di autogenerazione della forma architettonica liberata dai vincoli costruttivi "lineari". La sua metodologia progettuale prevedeva lo studio di modelli di tipo fisico, come i modelli funicolari rovesciati e appesi. Tali modelli servivano a determinare una configurazione di equilibrio che sarebbe poi corrisposta alla forma (1). Il modello appeso simulava il flusso delle forze agenti sugli elementi lineari che, una volta rovesciato, riproduceva sui singoli elementi gli sforzi di compressione assiale dovuti al peso proprio della struttura. Il modello così ottenuto veniva fotografato per poi costituire la base per le rappresentazioni di progetto degli edifici.


Figura 2.1. Einstein Turm, Erich Mendelsohn, Postdam .

Sebbene tale metodologia progettuale abbia consentito la costruzione di forme esemplari antesignane delle *freeforms* contemporanee, l'esperienza di Gaudì rimase comunque isolata. L'assenza di un linguaggio capace di trasmettere oggettivamente la descrizione dei singoli elementi che costituivano la forma rese i processi costruttivi lenti e complessi, in quanto richiedevano la presenza costante in cantiere del progettista - unico depositario delle delicate relazioni tra forma architettonica, geometria e processi costruttivi - così da poter colmare le lacune di informazioni che tali procedure implicavano (2). I risultati ottenuti vennero dunque fortemente limitati non solo dalle tecnologie produttive ma soprattutto dalle metodologie di rappresentazione allora disponibili.
Dopo l'ispirazione organica, bisognerà attendere gli ultimi decenni del ventesimo secolo per riportare queste linee, che prenderanno appunto la denominazione di *freeforms,* al centro del dibattito architettonico, trainate questa volta da un'ispirazione non più di tipo organico bensì di tipo tecnologico. Saranno, infatti, i nuovi strumenti tecnologici digitali ad assolvere al ruolo sinora svolto nel processo di generazione della forma dai modelli fisici, a partire dalle sperimentazioni di Frank Ghery che utilizzò le tecnologie già in uso da decenni nel settore industriale (in particolare il software CATIA - Computer Aided Three-dimensional Interactive Application) trasponendole nel settore architettonico, il quale presentava però rilevanti differenze, dal punto di vista estetico, statico, scalare e costruttivo.


Figura 2.2. Notre Dame du Haut, Ronchamp, Le Corbusier.

2. L'EVOLUZIONE DEI LINGUAGGI E DEI CODICI DELLA RAPPRESENTAZIONE

Nell'iconografia dell'architettura pre-digitale le forme erano prevalentemente derivate dagli elementi base della geometria euclidea. La descrizione delle forme curvilinee complesse veniva, infatti, ottenuta attraverso l'approssimazione mediante concatenazioni di archi circolari tangenti e segmenti che potevano essere facilmente rappresentate su carta e riprodotte nel sito di costruzione del manufatto architettonico (3). Nonostante il cambiamento epocale delle tecnologie del progetto, il processo di progettazione e costruzione non può tuttavia ancora emanciparsi dalla rappresentazione delle forme e delle parti di cui esse si compongono. Nel processo di progettazione digitale, la descrizione

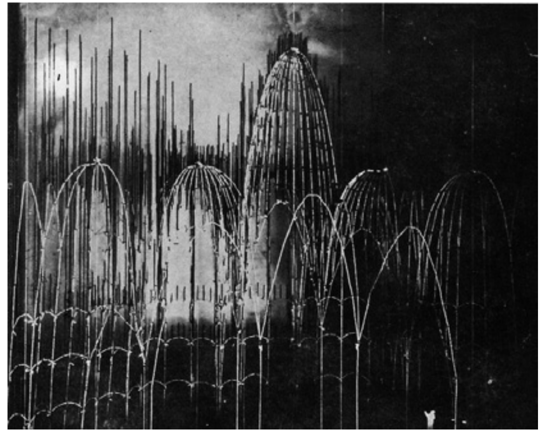
Figura 3. Modello funicolare appeso di Antoni Gaudì.

BY-NC

delle geometrie viene però a coincidere anche con la loro generazione, rendendo le tecnologie digitali indispensabili e insostituibili per l'ideazione e la definizione delle forme (4). Nel momento in cui si modella l'oggetto, viene attivato un processo di produzione automatica di informazioni che si trovano ad essere sin da subito disponibili non solo alla rappresentazione stessa della forma ma anche alla sua trasformazione e costruzione. La separazione tra progetto e rappresentazione viene in questo modo definitivamente superata a favore di un unico processo di generazione della forma proiettato verso geometrie complesse che vengono prodotte con la stessa facilità che aveva precedentemente caratterizzato la produzione di geometrie di tipo prevalentemente rettilineo o circolare.
La descrizione delle forme del progetto, in passato affidata al linguaggio della geometria "lineare", necessita ora di strumenti e codici differenti, come sono quelli delle curve *splines*. L'uso delle *splines* nella costruzione di oggetti e manufatti è iniziato in campo navale e aereonautico, dove venivano utilizzate per disegnare le sezioni degli scafi delle navi e delle fusoliere degli aerei. Il termine *spline*s indicava strisce flessibili di legno o materiale plastico che venivano piegate con l'uso di pesi e tenute in forma mediante morse e molle, al fine di ottenere la forma desiderata. La parola è stata poi mutuata dalla matematica e dalla geometria per indicare la famiglia di curve polinomiali a tratti che ne riprendevano la forma. Con l'introduzione della modellazione digitale nel progetto architettonico, grazie all'uso analitico di particolari tipi di curve e superfici (le *splines* e in particolare le NURBS) si è resa possibile l'emancipazione dalla geometria dei volumi discreti rappresentati nello spazio cartesiano. La comprensione e il controllo di queste forme riportano il progettista a pensare ai punti e alle linee in termini matematici, alla geometria come generatrice di forme, alla rappresentazione come strumento fondamentale per la costruzione dell'oggetto progettato. Modellizzare una struttura, sia essa reale o ideale, significa isolarne le proprietà caratteristiche, definire da esse un tipo astratto e generale, quindi riapplicare

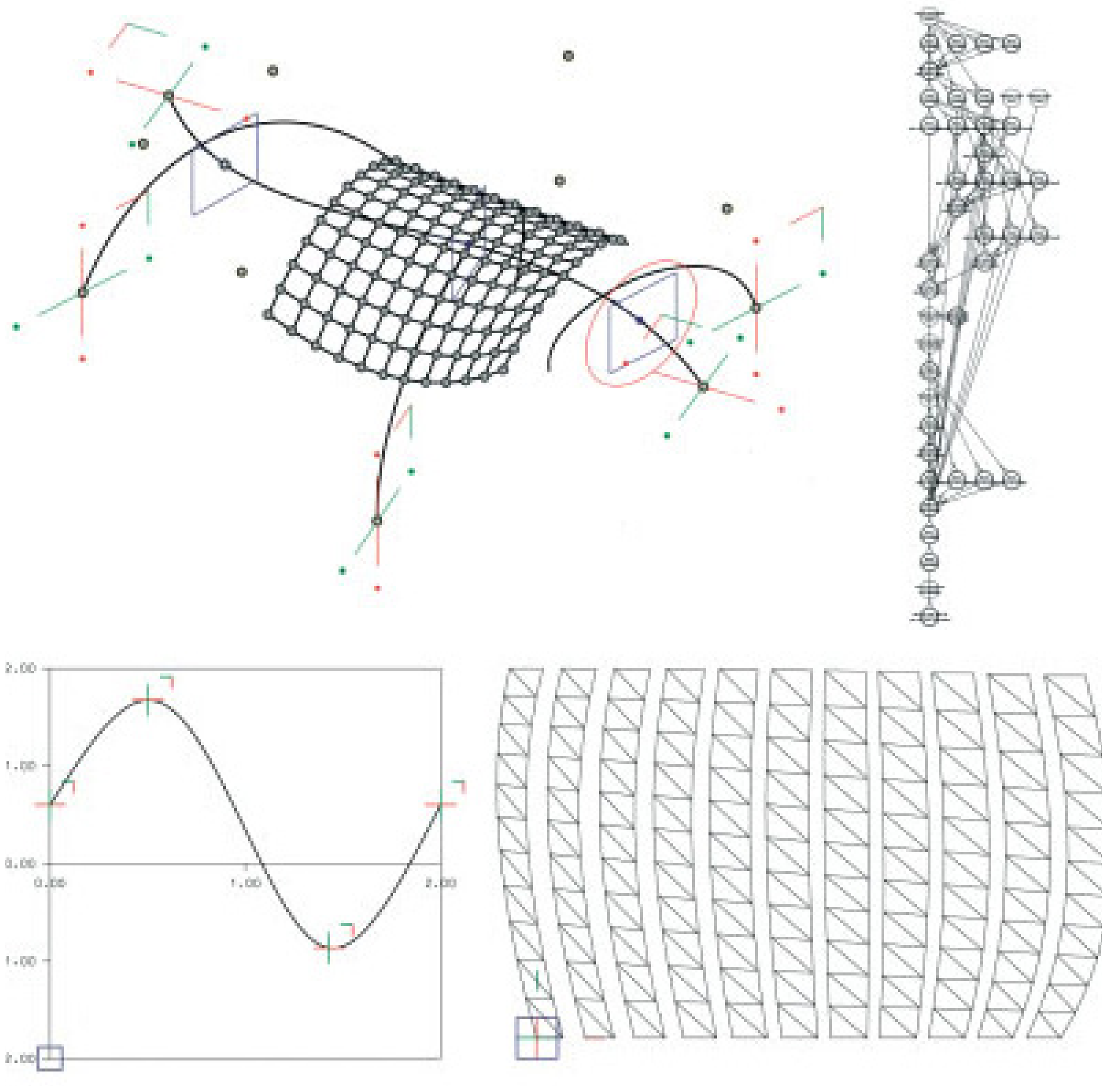

Figura 4. Dalla rappresentazione alla generazione della forma: il modello geometrico, il modello simbolico della stessa geometria sottoforma di grafo, la curva di controllo, il modello delle componenti elementari (Robert Aish, Bentley Systems).

(cc) BY-NC

ISSN 1828-5961

quest'ultimo alla descrizione e all'analisi dei fenomeni o dei contesti in esame; la matematica fornisce prima di tutto il linguaggio di questo processo, che in termini di architettura possiamo leggere come un passaggio dall'intuizione spaziale della forma alla rappresentazione progettuale attraverso l'astrazione del modello.

3. COSTRUZIONE ANALITICA E PROPRIETÀ GEOMETRICHE DI SPLINES E NURBS

L'esigenza di rappresentare il più precisamente possibile, per mezzo del calcolatore elettronico, varietà di curve e di superfici sempre maggiori ha richiesto la creazione e il progressivo raffinamento di un linguaggio rappresentativo manipolabile dal calcolatore in modo economico dal punto di vista computazionale e, allo stesso tempo, sia il più intuitivo e versatile possibile per il disegnatore. Allo stato dell'arte, tale linguaggio può essere individuato nelle curve e nelle superfici NURBS.
Tuttavia, per riuscire a descrivere - sebbene per sommi capi (5) - le NURBS e le loro principali proprietà, occorre introdurre preliminarmente le curve di Bézier, che ne costituiscono l'archetipo e il "mattone fondamentale". Una curva di Bézier, nel piano cartesiano o nello spazio tridimensionale, è una curva le cui coordinate sono espresse (6) da polinomi di grado fissato e caratterizzata da un insieme di punti, detti *di controllo* (in numero uguale al grado dei polinomi più uno e generalmente esterni alla curva stessa); le posizioni reciproche dei punti di controllo determinano la forma che tale curva assume. All'aumentare del grado corrisponde un aumento del numero necessario di punti di controllo e, di conseguenza, una sempre più ampia varietà di forme realizzabili; allo stesso tempo, però, col crescere del grado cresce, per l'appunto esponenzialmente, la complessità computazionale della curva, ovvero la quantità di operazioni che il calcolatore deve effettuare per determinare e rappresentare le coordinate dei suoi punti.
In aggiunta a tali varietà di forme possibili, le curve di Bézier godono di diverse proprietà

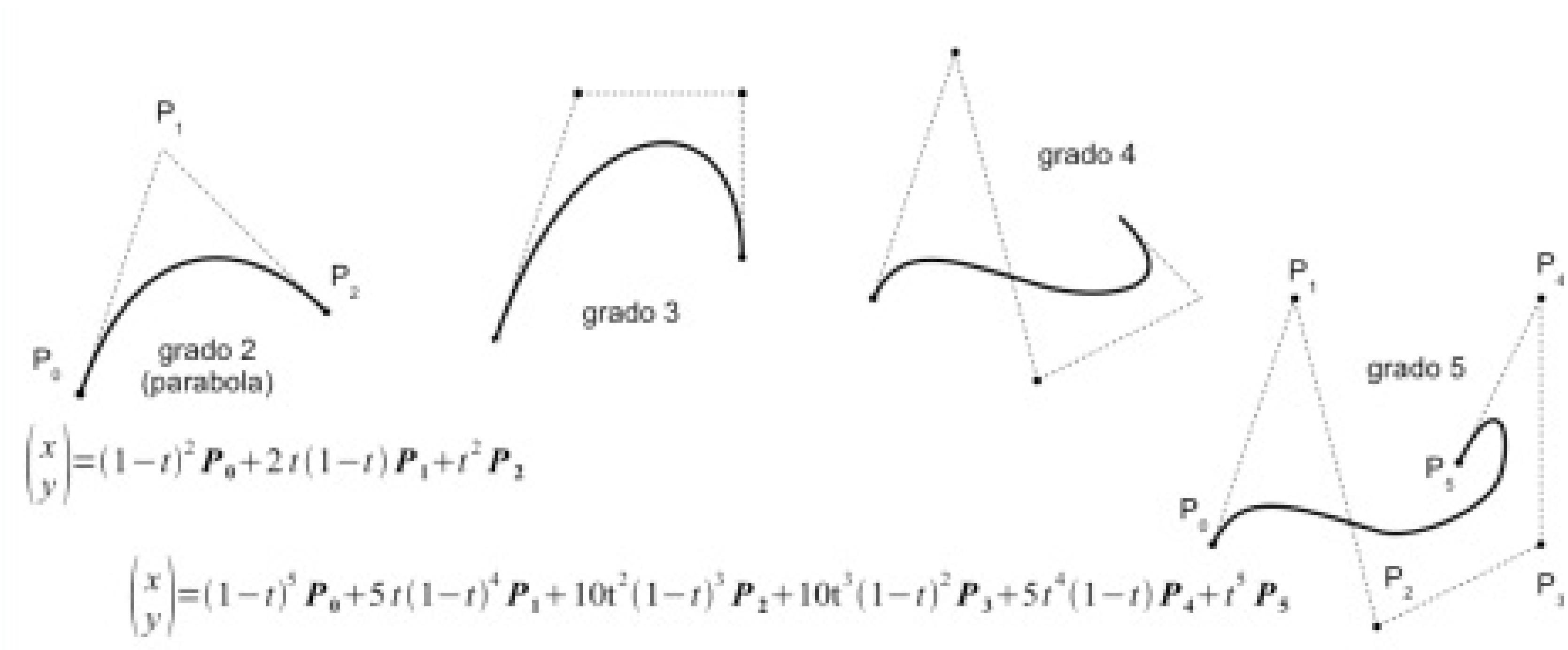

Figura 5. Curve di Bézier di grado sempre maggiore

BY-NC

ISSN 1828-5961

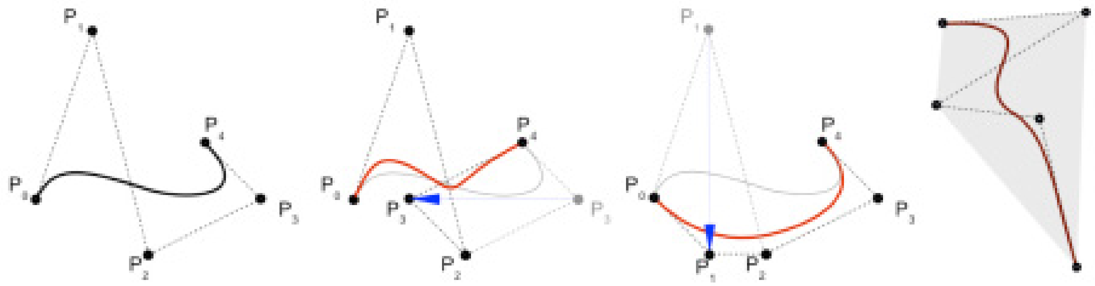

Figura 6. Proprietà geometriche. A sinistra: spostare un punto modifica tutta la curva. A destra: la curva “vive” nell’inviluppo convesso dei suoi punti di controllo

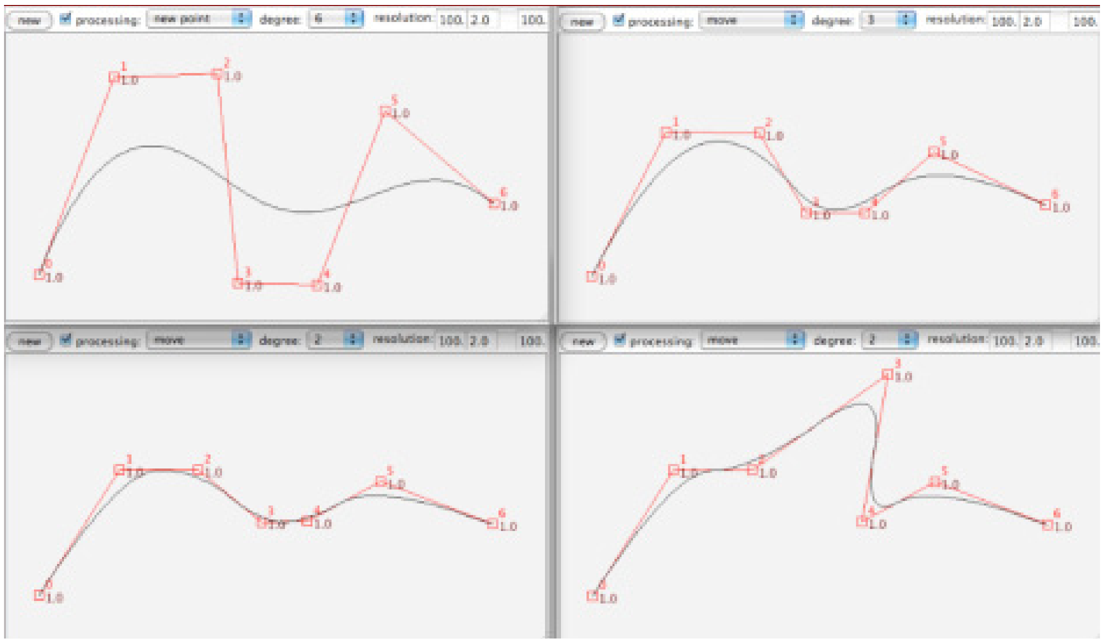

Figura 7. Una curva di Bézier di grado 6 al confronto con B-splines di gradi 3 (formata da 4 pezzi) e 2 (5 pezzi) di aspetto del tutto similare; si noti anche il comportamento locale

geometriche; se ne illustreranno le più rilevanti.
La prima è la proprietà di essere incluse nel più piccolo poligono (o poliedro, se nello spazio) convesso che ha per vertici i punti di controllo (7). Ciò permette al progettista di manipolare la curva con buona precisione, in particolare quando si cerca di approssimare una linea precedentemente assegnata. Tuttavia, si tratta pur sempre di approssimazione e, data la natura squisitamente polinomiale delle curve di Bézier, non è possibile rappresentare esattamente neppure gli archi di circonferenza o di altre coniche, parabola esclusa (8).
Una seconda proprietà, invero fastidiosa per il disegnatore, è che si tratta di una *costruzione* intrinsecamente *globale*, cioè ogni punto della curva (esclusi gli estremi) è determinato dal complesso di tutti i punti di controllo; in particolare, lo spostamento di uno qualunque di essi genera una deformazione della curva nella sua interezza.
Altra proprietà da rimarcare è l’*invarianza per trasformazioni affini*. In altre parole, applicare un’affinità (ad esempio una traslazione o un’isometria) a tutti i punti di una curva di Bézier è equivalente ad applicare la medesima affinità ai soli punti di controllo e costruire con i punti così risultanti la curva di Bézier. E’ pertanto molto economico in termini computazionali rappresentare gli effetti delle trasformazioni elementari, essendo sufficiente trasformare solo pochi punti. Non vale invece un’analoga invarianza rispetto alle trasformazioni proiettive che però, essendo alla base della rappresentazione prospettica, sono fondamentali nell’ambito della grafica 3D computerizzata o della visione artificiale.
Utilizzare le curve di Bézier per il disegno assistito dal calcolatore pone dunque problemi di varia natura. Vi è la complessità di calcolo, che cresce molto velocemente all’aumentare della complessità delle figure, vi è la non invarianza rispetto alle proiettività. A tutto ciò si aggiunge la moderata versatilità dello strumento: è impossibile modificare le curve solo in tratti limitati e lasciare inalterate le parti restanti ed è impossibile rappresentare esattamente alcune

BY-NC

ISSN 1828-5961

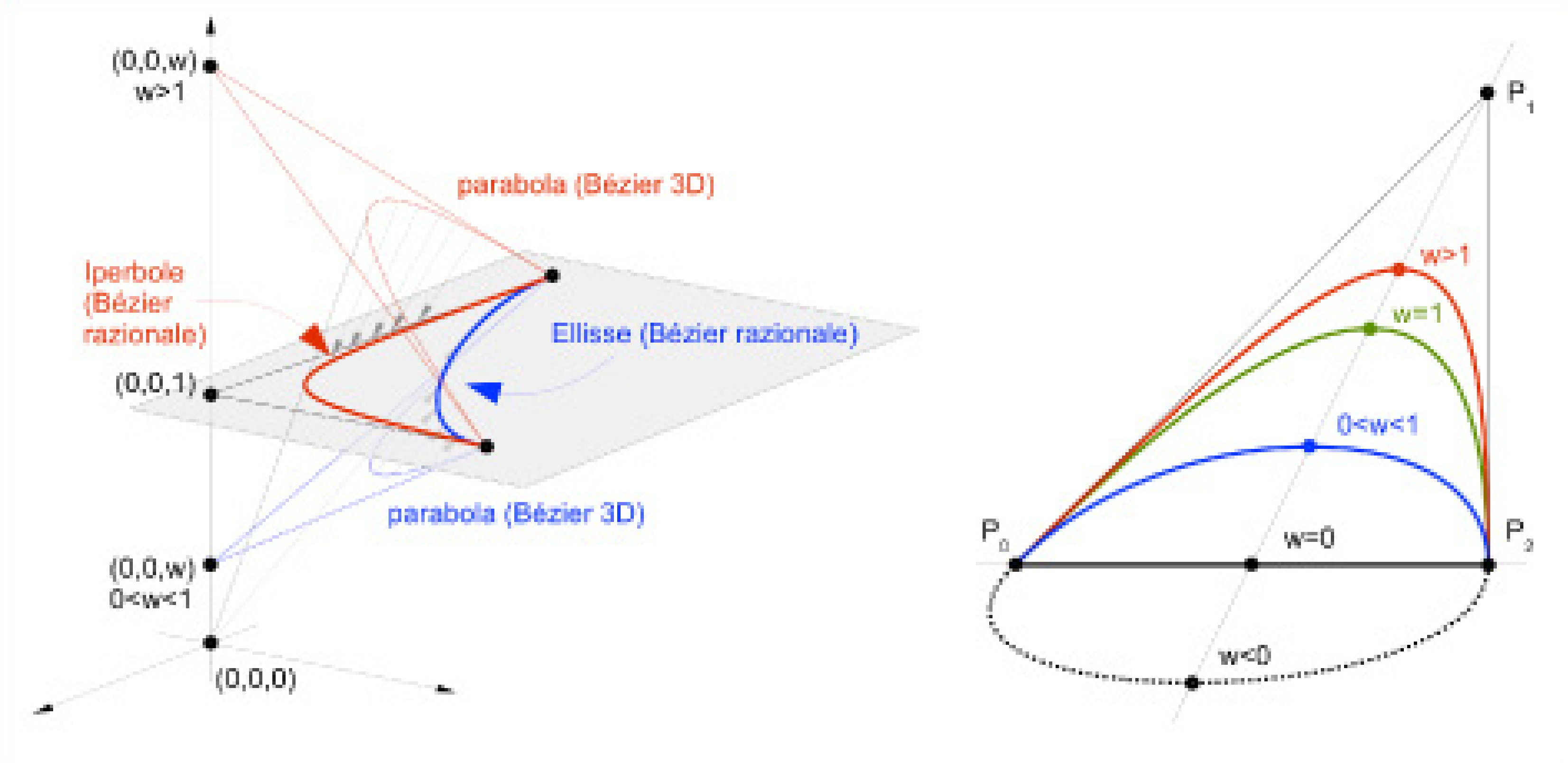

Figura 8. Curve di Bézier razionali. A sinistra: le sezioni coniche ottenute da una parabola; a destra: l'effetto del peso w relativo a P_1

delle figure più elementari, come ad esempio il cerchio.
Un modo per ridurre la complessità computazionale è quello passare da un tipo di curva sostanzialmente descritta da un unico polinomio di grado elevato, a un tipo di curva costruita "giustapponendo" in sequenza più curve di Bézier di grado inferiore. Tale giustapposizione è realizzata in modo tale da garantire al disegnatore un opportuno controllo sulla regolarità della curva, inserendo o sopprimendo comportamenti "spigolosi" o "cuspidali". In tal modo, inoltre, lo spostamento di un punto di controllo modifica la curva solo in alcuni tratti vicini al punto stesso, lasciando il resto inalterato: questo è un buon comportamento, di tipo *locale*. Le *B-splines* sono curve costruite in tale modo. Come quelle di Bézier, esse sono invarianti per affinità e sono delimitate dall'inviluppo convesso dei propri punti di controllo (9). Si tratta di curve molto più economiche e versatili delle loro progenitrici.
Il problema dell'invarianza per trasformazioni proiettive e quello della descrizione esatta delle sezioni coniche sono invece risolti dall'introduzione delle curve di Bézier razionali. Quelle piane possono essere definite come le proiezioni da un punto su un piano di curve di Bézier definite nello spazio tridimensionale (10). Dal punto di vista algebrico, nonché pratico, il fatto di essere curve proiettate si traduce semplicemente nell'attribuzione, a ciascun punto di controllo, di un parametro addizionale (il *peso*) che rappresenta la coordinata sostanzialmente persa nel passaggio da tre a due dimensioni. Far variare il peso relativo a un punto di controllo ha l'effetto di attrarre o respingere la curva verso il

BY-NC

ISSN 1828-5961

punto di controllo stesso. E' noto fin dall'antichità come, proiettando in modo opportuno una parabola (11), sia possibile ottenere archi di una qualunque conica non degenere e una curva di Bézier di grado due non è altro che un pezzo di parabola. Si risolve, così, il problema della rappresentazione esatta ed economica delle coniche e in particolare dell'arco di circonferenza. Le curve di Bézier razionali sono inoltre *invarianti per trasformazioni proiettive* e quindi ottimali per la grafica 3D computerizzata e le modellazioni nell'ambito della visione artificiale.
Resta da dire che cosa sono le NURBS, ma il loro nome è ora la migliore descrizione che si possa dare: si tratta di B-Splines Razionali Non Uniformi (*Non Uniform Rational B-Splines*) ovvero *splines* costruite giustapponendo opportunamente pezzi di curve di Bézier razionali. Esse ricevono in dote la semplicità computazionale e il buon comportamento locale propri delle B-splines e l'invarianza per proiettività e la precisione descrittiva proprie delle curve di Bézier razionali.

4. NURBS NELL'ANALISI STRUTTURALE

Al centro della ricerca sulle *freeforms* vi sono i problemi geometrici alla base della razionalizzazione e dell'ottimizzazione dei loro processi costruttivi. Queste architetture, realizzate in genere attraverso pannellatura di vetro, cemento, legno, metallo o altri materiali devono affrontare il problema della scomposizione di figure complesse in parti elementari, i cosiddetti *panels*, che ne rendono possibile la costruzione ma che rischiano di rendere la costruzione eccessivamente dispendiosa. È grazie agli strumenti della matematica computazionale e della geometria differenziale che si rendono possibili l'approssimazione delle curve complesse con pannelli a curvatura singola o ancora meglio piatti, e la sostituzione di componenti elementari tutte differenti con altre che possano essere ricondotte ad un numero ridotto di forme o di stampi ottimizzando così il processo di produzione e il costo di costruzione dell'edificio; il tutto senza che si possa percepire lo scostamento di queste nuove soluzioni tecniche dagli schizzi e dai disegni che rappresentano le idee originarie dei progettisti. Questi processi di approssimazione fanno oggi uso di modelli basati sull'analisi degli elementi finiti (FEA) che comporta diversi vantaggi costruttivi e computazionali (12).
Nel campo dell'analisi strutturale, un salto di qualità notevole è scaturito proprio dalla nascita del metodo degli elementi finiti. Tale metodo è nato all'incirca negli anni '50 dal lavoro pionieristico di Argyris e Kelsey con una serie di articoli tra il '54 ed il '55 ed un articolo di Turner (13) del '56. Il termine *finite elements* è dovuto a Clough (14) in un lavoro pubblicato nel 1960. Il primo elemento finito risale però al '43 in un lavoro di Courant che presenta un elemento triangolare con interpolazione lineare utilizzato ancor oggi.
Il metodo degli elementi finiti è una tecnica di analisi numerica per cercare una soluzione approssimata di un sistema di equazioni differenziali. Si basa essenzialmente su una suddivisione del dominio in sotto-domini non sovrapposti di forma semplice chiamati elementi finiti e su una interpolazione, di solito polinomiale, delle grandezze di interesse meccanico, come ad esempio gli spostamenti. In altre parole la soluzione del problema in termini di spostamenti, sempre nella sua versione più tradizionale, è descritta da una serie di parametri che governano l'interpolazione e che possono essere calcolati mediante un sistema di equazioni algebriche derivante dall'applicazione, ad esempio, del teorema di minimo dell'energia potenziale totale. Negli anni '60 sono nati anche gli elementi isoparametrici, ovvero elementi finiti in cui si usa la stessa interpolazione sia per la geometria e sia per la descrizione delle grandezze meccaniche sull'elemento. Inizialmente questi elementi garantivano solo la continuità della funzione all'interfaccia tra gli elementi. Successivamente, per evitare alcuni problemi legati a questo tipo di interpolazione, soprattutto per archi e gusci, tra il '65 ed il '68 sono stati formulati elementi finiti che garantivano la continuità sia della funzione sia della sua derivata sull'interfaccia.
Parallelamente al metodo degli elementi finiti, sono state sviluppate alcune idee alla base del

(cc) BY-NC

ISSN 1828-5961

moderno CAD. Negli anni '60 due ingegneri meccanici, Bézier della Renault e de Casteljau della Citroen, utilizzarono rispettivamente le basi dei polinomi di Bernstein per generare curve e superfici. Il termine *splines* è stato invece introdotto da Schoenberg nel '46. Due contributi fondamentali sono stati le tesi di dottorato di Reisenfield (1972) e Versprille (1975) che portarono nel mondo del CAD le B-spline e le NURBS che attualmente sono alla base di numerosi software CAD, CAM e CAE.
L'unione tra questi due mondi è avvenuta, anche se ci sono stati diversi lavori preparatori, con l'introduzione del concetto di analisi isogeometrica coniato da Hughes (15). In essenza, dato che gli elementi finiti tradizionali non sono in grado di replicare l'esatta geometria di una curva, di una superficie e di un solido prodotti mediante CAD, i risultati dell'analisi strutturale sono anche affetti da errori che derivano dall'approssimazione della geometria.
L'analisi isogeometrica tenta di evitare questo problema utilizzando le stesse interpolanti utilizzate per la rappresentazione della geometria, le NURBS appunto, che sono in grado di rappresentare in modo esatto numerose geometrie correntemente utilizzate come, ad esempio in due dimensioni, cerchi ed ellissi.
In un processo progettuale generalmente si parte da un file CAD che successivamente deve essere trasformato in un insieme di elementi finiti, *mesh,* utilizzabili da un software di analisi strutturale. Dopo la prima analisi il modello quasi sempre richiede delle modifiche e, di conseguenza, deve essere rivisto il modello geometrico realizzato tramite CAD. Ciò, in un problema complesso, richiede di essere ripetuto molte volte provocando un notevole dispendio di energie calcolabile in circa 80% dell'intero processo di analisi. L'analisi isogeometrica evita completamente tali costi integrando perfettamente CAD ed analisi ad elementi finiti. Il prezzo da pagare è una maggiore complessità nella costruzione del codice di calcolo soprattutto per chi era abituato agli elementi finiti tradizionali.
Il primo lavoro sull'analisi isogeometrica è stato pubblicato nel 2005 da Hughes (16) che ha introdotto l'idea e le proprietà dell'analisi basata sulle NURBS proponendo anche una serie di risultati numerici. Negli ultimi anni sono fioriti numerosi lavori sull'argomento estendendo le applicazioni di questo tipo di analisi alla dinamica, ai solidi incompressibili, ai fluidi ed alla interazione fluido-struttura.

5. VERSO UNA GEOMETRIA ARCHITETTONICA

Come visto nei paragrafi precedenti, la figura della *spline* attraversa saperi e approcci disciplinari caratterizzando i più avanzati processi di progettazione digitale, dalla rappresentazione dell'architettura alla sua costruzione. Il percorso transdisciplinare sinora illustrato seguendo le tracce delle *splines* fa emergere importanti implicazioni per la formazione del progettista. L'uso di software per la generazione della forma richiede conoscenze geometriche che vanno oltre le tradizionali competenze legate alla rappresentazione secondo i principi della geometria descrittiva, verso la comprensione delle geometrie complesse e dei modelli matematici e geometrici che sono alla base dei processi costruttivi. Dal confronto tra geometria differenziale, matematica computazionale, progettazione architettonica e ingegneria emergono con forza nuovi metodi progettuali e costruttivi nonché promettenti aree di ricerca come quella definita *geometria architettonica* (17), in cui i confini tra rappresentazione, geometria, architettura e costruzione divengono evanescenti. L'epoca delle *splines* è l'epoca in cui alla liberazione della forma corrisponde una libertà di confronto tra discipline e saperi. La liberazione della forma obbliga il progettista a rienventare il proprio profilo superando i tradizionali approcci disciplinari e ad aprirsi a ibridazioni sempre nuove che permettano inedite direzioni di ricerca e nuovi percorsi progettuali da cui emergano infine nuove geometrie, nuove linee e nuove forme.

(cc) BY-NC

NOTE

[1] Cfr. Huerta, Santiago (2006), Structural Design in the Work of Gaudì, in Architectural Science Review, Vol. 49.4, pp. 324-339; Wendland, David (2003), Model-based formfinding processes: 'Free forms' in structural and architectural design, in Levi, Franco; Chiorino, Mario A.; Bertolini Cestari, Clara; Eduardo Torroja – From the philosophy of structure to the art and science of building, Angeli, Milano.
[2] Leach, Neil; Turnbull, David; Williams, Chris J.K. (2004); Digital Tectonics, Chichester, Wiley.
[3] Kolarevic, Branco (2003), Architecture in the Digital Age: Design and Manufacturing, Taylor & Francis, London.
[4] Menges Achim (2006), Instrumental Geometry, in Architectural Design, Special Issue: Techniques and Technologies in Morphogenetic Design, Vol. 76, (2), pp.42-53.
[5] Per una trattazione precisa ed esaustiva si veda Piegl, Les; Tiller, Wayne (1966); The NURBS book, Springer- Verlag, New York; per un'interessante descrizione divulgativa si consiglia Farin, Gerald (1999), NURB curves and surfaces: from projective geometry to practical use, AK Peters, Natic.
[6] Più propriamente si dovrebbe dire: una curva i cui punti hanno coordinate espresse…
[7] Il cosiddetto inviluppo convesso dei punti di controllo.
[8] Si possono comunque realizzare approssimazioni con un errore piccolo quanto si vuole, a patto di usare polinomi di grado sufficientemente elevato.
[9] In questo caso, addirittura, "pezzo per pezzo".
[10] Le curve di Bézier razionali tridimensionali sono le proiezioni di curve di Bézier che vivono in 4 dimensioni, diventa quindi chiaro che sarebbe necessaria fornire una precisa definizione matematica, ma per semplicità qui la ometteremo.
[11] O una conica non degenere (ovvero non ridotta a una coppia di rette o a un punto) qualunque.
[12] Kim H., Querin O.M., Steven G.P. (2002), On the development of structural optimisation and its relevance in engineering design, in Design Studies, Vol. 23 (1), pp. 85-102.
[13] Turner M. J., Clough R. W., Martin H. C., Topp L. J. (1956), Stiffness and deflection analysis of complex structures, in Journal of Aeronautical Sciences, vol. 23 (9), pp. 805-824.
[14] Clough R. W. (1960), The finite element method in plane stress analysis, Proc. 2nd A.S.C.E.Conf: on Electronic Comp., Pittsburgh, PA.
[15] Hughes T. J. R., Cottrell J. A. e Bazilevs Y. (2005), Isogeometric analysis: CAD, finite elements, NURBS, exact geometry and mesh refinement, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., n.194, pp. 4135–4195.
[16] Una interessante introduzione sull'argomento è nel libro di Cottrell J.A., Hughes T.J.R. e Bazilevs Y. (2009), Isogeometric Analysis: Toward Integration of CAD and FEA, Wiley.
[17] Pottmann, Helmut; Asperl, Andras; Hofer, Michael; Kilian, Axel (2010); Architekturgeometrie, Springer & Bentley Institute Press.

BIBLIOGRAFIA

Clough R. W. (1960), The finite element method in plane stress analysis, Proc. 2nd A.S.C.E.Conf: on Electronic Comp., Pittsburgh, PA.

Cottrell J.A., Hughes T.J.R. e Bazilevs Y. (2009), Isogeometric Analysis: Toward Integration of CAD and FEA, Wiley.

Farin, Gerald (1999), NURB curves and surfaces: from projective geometry to practical use, AK Peters, Natic.

Huerta, Santiago (2006), Structural Design in the Work of Gaudì, in Architectural Science Review, Vol. 49.4, pp. 324-339Hughes T. J. R., Cottrell J. A. e Bazilevs Y., Isogeometric analysis: CAD, finite elements, NURNS, exact geometry and mesh refinement, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., n.194, 2005.

Hughes T. J. R., Cottrell J. A. e Bazilevs Y. (2005), Isogeometric analysis: CAD, finite elements, NURBS, exact geometry and mesh refinement, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., n.194, pp. 4135–4195.

Kim H., Querin O.M., Steven G.P. (2002), On the development of structural optimisation and its relevance in engineering design, in Design Studies, Vol. 23 (1), pp. 85-102.

Kolarevic, Branco (2003), Architecture in the Digital Age: Design and Manufacturing, Taylor & Francis, London.

Leach, Neil; Turnbull, David; Williams, Chris J.K. (2004); Digital Tectonics, Chichester, Wiley.

Menges Achim (2006), Instrumental Geometry, in Architectural Design, Special Issue: Techniques and Technologies in Morphogenetic Design, Vol. 76, (2), pp.42-53.

Mitchell, William J.. (1990), The Logic of Architecture: Design Computation and Cognition, MIT Press, Cambridge.

Oxman, Rivka (2006), Theory and design in the first digital age, in Design Studies, Vol. 27 (3), pp. 229-265.

Piegl, Les; Tiller, Wayne (1966); The NURBS book, Springer-Verlag, New York.

Pottmann, Helmut; Asperl, Andreas; Hofer, Michael; Kilian, Axel (2010); Architekturgeometrie, Springer & Bentley Institute Press.

Pottmann, Helmut (2010), Architectural Geometry as Design Knowledge, in Architectural Design, Special Issue: The New Structuralism: Design, Engineering and Architectural Technologies, Vol. 80 (4), pp 72–77.

Sala, Nicoletta; Sala, Massimo (2005), Geometrie del design. Forme e materiali per il progetto, Angeli, Milano.

Turner M. J., Clough R. W., Martin H. C., Topp L. J. (1956), Stiffness and deflection analysis of complex structures, in Journal of Aeronautical Sciences, vol. 23 (9), pp. 805-824.

Wendland, David (2003), Model-based formfinding processes: 'Free forms' in structural and architectural design, in Levi, Franco; Chiorino, Mario A.; Bertolini Cestari, Clara; Eduardo Torroja – From the philosophy of structure to the art and science of building, Angeli, Milano.

BY-NC