

## La restituzione fotogrammetrica 2D/3D di elementi architettonici e l'integrazione dei modelli virtuali sulle fotografie dell'intorno reale, mediante programmi CAD, software liberi e fotocamere convenzionali

### *Photogrammetric 2D/3D restitution of architectural elements and the integration of virtual models with his photographed real environment, using CAD, freeware software and conventional cameras*

Questo articolo mostra un metodo di lavoro che si avvale di un software libero e di programmi CAD per eseguire, in primo luogo, la calibrazione di una fotocamera digitale convenzionale, affinché si possano correggere le distorsioni introdotte dall'obiettivo. In secondo luogo, si procede con la restituzione geometrica tridimensionale degli elementi principali della proiezione e, alla fine, con la ricostruzione geometrica nello spazio degli elementi di interesse che appaiono nella fotografia, senza la necessità di un supporto topografico. Si spiega anche come fare l'integrazione del modello tridimensionale sulla fotografia dell'intorno in cui l'edificio deve essere costruito, in modo che, se guardato dal punto di vista opportuno, questo sarà perfettamente integrato nel luogo della fotografia dove in realtà dovrebbe stare, cosa che risulta estremamente utile quando si mostra un progetto architettonico.

This article shows a working method using CAD and free software to do the calibration process for a conventional digital camera to correct the distortion produced by the lens. It will continue with the 3D restitution of the main geometric elements of the projection, and finally, the spatial geometric reconstruction of the elements of interest appearing in the photo, without needing of topographical support. It will be also shown a method to make the integration of the three-dimensional model on the photograph of the environment in which the building will be constructed, so that, if it's seen from the appropriate point of view, it will be perfectly integrated in the place of photography where it really should be, which is extremely useful when showing an architectural project.



**Pedro M. Cabezas-Bernal**

Architetto e professore di Geometria Descrittiva, dal 2001, nel Dipartimento di "Expresión Gráfica Arquitectónica" presso la Facoltà di Architettura della "Universitat Politècnica de València". È anche specialista in didattica universitaria.



**Juan J. Cisneros-Vivó**

Dottore in Architettura e professore di Geometria Descrittiva, dal 1987, nel Dipartimento di "Expresión Gráfica Arquitectónica" presso la Facoltà di Architettura della "Universitat Politècnica de València".

**Parole chiave:** fotogrammetria, restituzione, calibrazione

**Keywords:** photogrammetry, restitution, calibration

## 1. INTRODUCCIÓN

La fotogrametría ha sido siempre una herramienta muy útil en el levantamiento arquitectónico pero, desde la aparición del láser escáner, ésta parecía haber quedado relegada a un segundo plano; sin embargo, gracias al cambio de la fotografía tradicional por el formato digital, la fotogrametría recupera terreno progresivamente, sobre todo, por las nuevas herramientas informáticas que van apareciendo, algunas de ellas gratuitas, que permiten la restitución de fotografías, además de otras que aportan nuevos métodos de restitución tridimensional como la foto modelación, actualmente en pleno desarrollo, ver (Rodríguez, 2010).

Ya no es estrictamente necesario el uso de material fotográfico específico como antaño, dónde, el empleo de carísimas cámaras métricas o semimétricas y de equipos restituidores, era preceptivo; esto ha significado un abaratamiento de costos muy considerable, lo que sin duda ha supuesto un factor determinante en este resurgimiento de la fotogrametría. Podemos afirmar que la fotogrametría se ha puesto al alcance de cualquiera que pretenda sacarle partido, si bien, se requiere una serie de conocimientos técnicos que, lamentablemente, no suelen formar parte de los planes de estudio de las carreras técnicas.

Este artículo expone una metodología de trabajo, basada en estos nuevos métodos fotogramétricos, mostrando los fundamentos geométricos de las transformaciones proyectivas necesarias para la restitución, íntimamente relacionados con las leyes de la perspectiva cónica.

Es importante destacar que, tradicionalmente, se ha empleado un apoyo topográfico, en la fotogrametría clásica, para concretar la posición de puntos en el espacio con los que orientar el fotograma, pero con el método de trabajo expuesto, éste puede ser omitido si se conocen algunas relaciones geométricas del modelo fotografiado, habitualmente de ortogonalidad, mientras que para obtener la escala del modelo restituído, bastará conocer alguna medida del edificio que podamos tomar con una cinta métrica.

<http://disegnarecon.unibo.it>

Los métodos expuestos no sólo están orientados a la restitución 2D/3D de datos geométricos, a partir de la fotografía, sino que también se muestra una aplicación para la integración de un modelo tridimensional sobre una fotografía del entorno real donde el edificio deba ser enclavado. Ello consistirá en una restitución precisa del punto de vista, en el espacio, desde el que fue obtenido la fotografía, y el correcto posicionamiento del modelo 3D, por delante del plano de la fotografía, para que, al ser observado desde el punto de vista restituído, quede perfectamente superpuesto e integrado en la fotografía, lo que resulta extremadamente útil a la hora de presentar un proyecto arquitectónico.

## 2. CORRECCIÓN DE LAS ABERRACIONES ÓPTICAS

Una de las hipótesis de partida de la fotogrametría, es que la fotografía pueda equipararse con una proyección cónica, cosa que en principio no ocurre con las fotografías obtenidas con una cámara convencional, puesto que los objetivos fotográficos producen, en mayor o menor medida, distorsiones o aberraciones ópticas sobre la fotografía. Los objetivos se componen de una serie de lentes que intentan compensar sus distorsiones, unas con otras, pero únicamente consiguen minimizarlas.

Por ello se debe realizar una corrección de las distorsiones y aberraciones producidas por el equipo fotográfico, cuyos parámetros se deben determinar para lograr la calibración del conjunto cámara-objetivo, procedimiento que resulta crítico en la calidad de los resultados obtenidos. Las aberraciones más comunes de un objetivo son la distorsión radial, la tangencial, y las aberraciones cromáticas.

Cabe destacar que, cada vez con más frecuencia, los fabricantes de cámaras digitales incorporan un software interno, con los parámetros de calibración de la lente, que aplica automáticamente la corrección a las imágenes, que salen libres de distorsiones. Un ejemplo de ello lo podemos encontrar en algunas cámaras como las del sistema



1. Distorsión de barril (arriba) y de cojín (abajo)

4/3 y en teléfonos móviles de última generación. No obstante, este sistema puede resultar fácil de implementar en cámaras de objetivo fijo, pero en un sistema de ópticas intercambiables, como las cámaras réflex, parece complicada su aplicación, dada la cantidad de objetivos y combinaciones que se pueden conseguir.

## 2.1. Distorsión radial

Es un tipo de aberración que origina que las líneas rectas aparezcan como curvas en la fotografía, debido a la desalineación que sufren los rayos al atravesar las distintas lentes. Si las rectas en el espacio se proyectan como curvas cóncavas con respecto al centro de la fotografía, la distorsión radial se denomina distorsión de barril, mientras que si las rectas se proyectan como curvas convexas con respecto al centro, se llama, en este caso, distorsión de cojín (Fig. 1).

Existen varios modelos matemáticos para corregir este tipo de distorsión, el que utiliza el software que emplearemos obedece a la ecuación (1):

$$r_o = a \cdot r_c^4 + b \cdot r_c^3 + c \cdot r_c^2 + d \cdot r_c, \text{ donde:}$$

$r_o$  es la distancia inicial entre un punto cualquiera  $P$  y el centro de distorsión  $O$  (vector  $\overline{OP}$ )

$r_c$  es la distancia entre el punto corregido  $P'$  y el centro de distorsión  $O$  (vector  $\overline{OP'}$ )

Los vectores  $\overline{OP}$  y  $\overline{OP'}$ , coinciden en dirección, por lo que el punto corregido  $P'$ , únicamente se acerca o aleja del origen, siguiendo la misma dirección del vector inicial (Fig. 2).

Los coeficientes del polinomio  $a, b, c$  son los parámetros a determinar, mientras que el coeficiente  $d$ , se calcula mediante la expresión:  $d = 1 - a - b - c$ , para preservar el tamaño original de la fotografía. El centro de distorsión  $O$ , no suele coincidir exactamente con el centro de la imagen, debido a que las tolerancias de fabricación producen descentramientos entre el sensor y el eje óptico.

## 2.2. La Distorsión tangencial

Se debe a las imperfecciones en la construcción y posicionamiento del conjunto de lentes, que originan una desalineación de los centros de curvatura de las lentes con respecto al eje principal del objetivo. Esta distorsión provoca una desviación que tiene componente radial y tangencial, siendo

esta última perpendicular al vector de posición del punto en cuestión. En las lentes modernas, el efecto de la distorsión tangencial es pequeño, comparado con el efecto de la distorsión radial, por lo que se puede despreciar.

## 2.1. Aberraciones cromáticas

Las aberraciones cromáticas aparecen en forma de halos en zonas de alto contraste de color rojo, azul, verde, cyan, magenta o amarillo, debido a que el índice de refracción depende de la longitud de onda de la luz y provoca que la distancia focal varíe con las distintas longitudes de onda. Estas aberraciones constituyen más un defecto estético que uno geométrico. Si llegan a ser visibles, pueden corregirse fácilmente con algún programa de retoque de imagen como Gimp (2), de libre distribución.

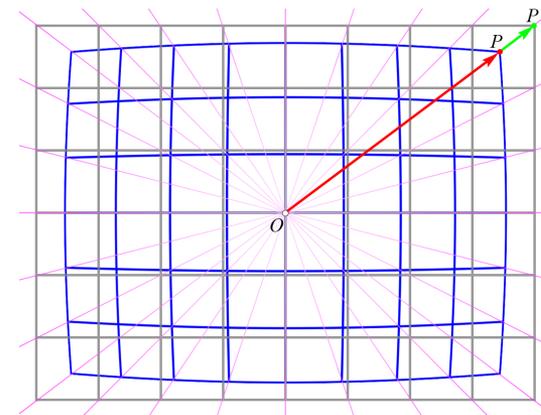
## 3. CALIBRACIÓN DE LA CÁMARA

Los parámetros necesarios para corregir la imagen se denominan parámetros intrínsecos de la cámara y para determinarlos se realiza un procedimiento denominado calibración. Existen aplicaciones de pago, destinadas a corregir automáticamente las distorsiones geométricas, con una base de datos de parámetros de calibración para los objetivos y cámaras más comunes, ejemplo de ello son programas como PTLens, DxO Optics Pro y Photoshop, aunque puede ocurrir que no dispongan de los datos de calibración de nuestro modelo de cámara en particular.

El método de calibración propuesto apuesta por el uso de software libre y su ventaja, además de ser gratuito, es que los parámetros obtenidos serán muy precisos, puesto que son para nuestro objetivo concreto. La desventaja es que el proceso de calibración nos llevará algo de tiempo, si bien, sólo lo tendremos que realizar una vez.

### 3.1. Recomendaciones para la toma de referencia

La calibración se realiza para una distancia focal concreta, por lo que si el objetivo es de distancia focal variable, es recomendable calibrar la distancia focal más corta, que ofrece un mayor campo



2. Corrección de la distorsión radial

visual y será la más empleada en fotografía arquitectónica. Calibrar una distancia focal intermedia no es muy aconsejable puesto que no sería fácil conseguir ajustar, posteriormente, la misma posición de las lentes, por el contrario, las posiciones extremas garantizan una mayor precisión.

En cuanto al enfoque de la cámara, lo ideal sería mantenerlo siempre constante, puesto que un cambio en el enfoque produce una ligera variación de la distancia focal y, por tanto, un cambio en los parámetros intrínsecos. Entonces ¿dónde conviene enfocar?; una solución muy sencilla sería enfocar siempre a infinito, aunque ello nos hará perder algo de profundidad de campo en las zonas próximas a la cámara. Otra opción es bloquear el enfoque a la Distancia Hiperfocal, que es la distancia de enfoque a la que se logra maximizar la profundidad de campo de la escena (Cabezas y Cisneros, 2010). Finalmente podemos realizar la calibración a la distancia que consideremos más frecuente, admitiendo que si utilizamos posteriormente distancias de enfoque que no se alejen demasiado de la usada en la calibración, los errores serán despreciables.

Cuando la finalidad de la fotografía es restitutiva, interesa tener una gran profundidad de campo, para conseguir una mayor nitidez en la imagen. La profundidad de campo está íntimamente relacionada con la apertura del diafragma, cuanto más cerrado, mayor profundidad de campo. Ello induce a la falsa creencia de que para conseguir una mayor nitidez en la imagen debemos cerrar al máximo el diafragma. Esta afirmación es totalmente errónea puesto que hay que considerar que el efecto de la difracción de la luz es mayor cuanto menor es el tamaño del diafragma, y ello produce un efecto de pérdida de nitidez global en la fotografía que podemos apreciar en la figura 3. Lo más correcto es encontrar una solución de compromiso entre profundidad de campo y pérdida de nitidez por difracción.

El tamaño del sensor de la cámara influye tanto en la profundidad de campo, como en los efectos de la difracción, por tanto no es aconsejable usar diafragmas mayores de f/8 en cámaras compactas, de f/11 en cámaras con sensor APS-C y de f/16 en sensores full frame.

Algunos programas comerciales de fotogrametría como Photomodeler, ofrecen una plantilla de calibración que consiste en un patrón geométrico muy contrastado, que se imprime, para ser fotografiado desde distintos puntos de vista, posteriormente, el programa realiza un análisis automatizado de las fotografías para obtener los parámetros intrínsecos. El inconveniente principal de este método es que, para conseguir una nitidez aceptable del patrón fotografiado, el enfoque de la cámara debe ser cercano, lo que no se corresponde, en absoluto, con las condiciones de toma habituales en fotografía arquitectónica y puede ocasionar una calibración poco precisa.

Para solventar este inconveniente, se propone fotografiar un escenario de gran tamaño, como la fachada de un edificio con multitud de aristas, que puedan ser tomadas de referencia, como las juntas de un aplacado o de un muro cortina. Conviene acercarse lo suficiente para cubrir con la fachada todo el encuadre.

<http://disegnarecon.unibo.it>

El proceso de calibración propuesto requiere introducir puntos pertenecientes a rectas del escenario de calibración, lo que puede provocar errores suplementarios, si la introducción es deficiente. Por otro lado, las desviaciones geométricas del escenario real también pueden afectar a la calidad de la calibración. Por ello conviene escoger edificios bien ejecutados, cuyas aristas nos permitan identificar los puntos con precisión.

### 3.2. El proceso de calibrado

Para la calibración usaremos el programa Hugín (3), con licencia GPL, basado en unas utilidades de corrección de imagen denominadas Panorama Tools, desarrolladas por el profesor Helmut Dersch de la Universidad de ciencias aplicadas de Furtwangen.

En primer lugar, se han de introducir puntos pertenecientes a rectas de la imagen de referencia (fig. 4), con el fin de conseguir un conjunto de puntos por cada una de las rectas consideradas. Conviene dar más importancia a las rectas contenidas en las zonas perimetrales de la fotografía, por tener mayor distorsión, que las que atraviesan las zonas centrales de la fotografía. Posteriormente el algoritmo de optimización utiliza la posición de los puntos introducidos y calcula los coeficientes  $a$ ,  $b$  y  $c$  del polinomio que corrige la distorsión radial.

Una vez hayamos ejecutado el programa Hugin, debemos cargar la imagen de referencia desde la pestaña "Imágenes", mediante el botón [Añadir imágenes individuales...], después debemos acceder a la vista previa de la transformación pulsando [Ctrl+P], y, desde la lista desplegable "Proyección", cambiaremos el tipo de proyección a "Rectilínea". Pulsaremos el botón [Auto] y el botón [Ajustar] para optimizar el campo visual de la foto previsualizada, luego cerraremos la ventana de vista previa.

El proceso de introducción de puntos se realiza desde la pestaña "Puntos de control", donde aparece la imagen duplicada. Debemos introducir parejas de puntos pertenecientes a cada una de las

rectas, indicando un punto en la imagen derecha y otro en la izquierda y pulsando después el botón [Añadir]. Es muy importante indicar que la pareja pertenece a una recta determinada, mediante la lista desplegable "modo" en la que indicaremos "Añadir una línea nueva", al introducir la primera pareja de puntos de una recta, para asignar un número de línea que utilizaremos para el resto de puntos pertenecientes a la misma recta.

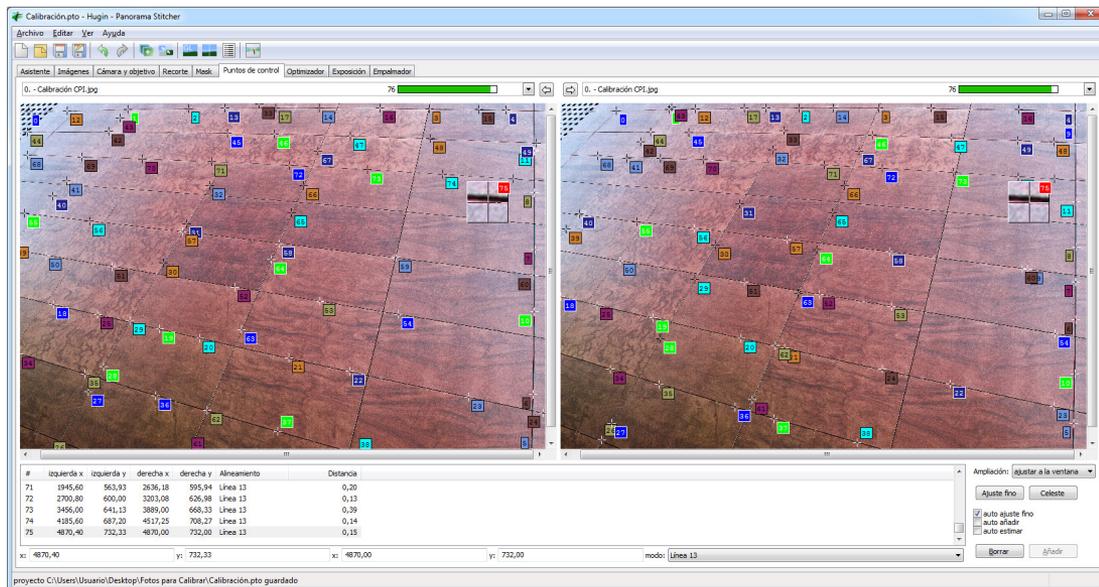
Tras haber introducido todos los puntos, acudiremos a la pestaña "Optimizador" e indicaremos, en la lista desplegable "Optimizar", "los siguientes

f/5.6	Efecto de la DIFRACCIÓN
f/ 8	Efecto de la DIFRACCIÓN
f/11	Efecto de la DIFRACCIÓN
f/16	Efecto de la DIFRACCIÓN
f/22	Efecto de la DIFRACCIÓN

3. Pérdida de nitidez global por difracción



4. Escenario de referencia para la calibración



“parámetros personalizados”, a continuación, se han de marcar únicamente las casillas de verificación correspondientes a: distorsión (a), barril (b), distorsión (c), que constituyen los parámetros de la distorsión radial, que el programa calculará pulsando el botón [iOptimizar ahora!].

El programa ofrece la información con la precisión de la calibración obtenida, mostrando las desviaciones medias, estándar y máxima en píxeles. Para una calibración óptima deberíamos obtener resultados por debajo de un píxel. En caso de obtener desviaciones grandes, puede deberse a errores en la introducción de puntos, para detectarlos podemos analizar la tabla de puntos de control, pulsando la tecla [F3], y ver aquellos que hayan podido ocasionar el error.

Si acudimos a la vista previa, pulsando [Ctrl+P], veremos la imagen libre de distorsiones. Podemos guardar el perfil de calibración, en un archivo aparte, accediendo a la pestaña “Cámara y obje-

<http://disignarecon.unibo.it>

tivo” y pulsando el botón [Guardar objetivo...]. Con ello se concluye el proceso de calibración y podremos posteriormente usar el perfil creado para corregir las distorsiones de cualquier otra fotografía que hayamos tomado con la misma cámara, objetivo y distancia focal.

Para corregir cualquier otra fotografía, abriremos un proyecto nuevo en Hugin y cargaremos la imagen, desde la pestaña “Imagen”, pulsando [Añadir imágenes individuales...]. Para cargar el perfil de calibración acudiremos a la pestaña “Cámara y objetivo” y seleccionando la fotografía cargada pulsaremos el botón [Cargando objetivo...] que nos permitirá localizar e introducir el archivo de calibración creado previamente.

Para obtener la imagen corregida se debe acceder a la pestaña “Empalmador” y pulsar [Calcular tamaño óptimo] para aprovechar al máximo la resolución de la imagen original, podemos elegir el formato del archivo de salida entre JPEG, PNG

5. Introducción de puntos pertenecientes a aristas rectilíneas de la fotografía de referencia

y TIFF, finamente debemos pulsar [Empalmar], el programa preguntará la ruta dónde almacenar el proyecto y la imagen de salida y, una vez concluido el proceso de cálculo, habremos obtenido una imagen libre de distorsiones.

### 5. PERSPECTIVA CÓNICA Y SU RELACIÓN CON LA FOTOGRAFÍA

Para poder afrontar la restitución fotogramétrica debemos conocer bien los fundamentos y propiedades de la proyección cónica así como su relación con la fotografía. Todos los elementos de la perspectiva cónica, tienen su equivalente en términos fotográficos (Villanueva, 1996).

El punto de vista equivale al centro óptico del objetivo, también denominado punto de entrada pupilar. El plano del cuadro está situado sobre el sensor y aunque en la realidad la imagen se produce invertida, por estar detrás del punto de vista, la cámara digital se encarga de procesarla correctamente, como si estuviera por delante.

El rayo principal, es equivalente al eje óptico del objetivo, mientras que el punto principal se situará siempre en el centro de la fotografía, si despreciamos las tolerancias de fabricación, aunque el posible desplazamiento se puede determinar en el proceso de calibración. Hemos de advertir que, si se realiza un recorte no concéntrico a la imagen, el punto principal no estará en el centro del fotograma.

#### 5.1. Posiciones de cámara en relación con la escena

Distinguiremos dos maneras de orientar la cámara, a la hora de realizar una fotografía, y en cada una de ellas, el plano del cuadro, o sensor, guardará una relación con respecto a lo que estamos fotografiando. El caso habitual será trabajar con una perspectiva de plano del cuadro oblicuo.

La otra posición obedece al caso particular de plano del cuadro vertical, que ha trascendido de la tradición del dibujo en perspectiva cónica y se ha convertido en una máxima en la fotografía arquitectónica, como podremos comprobar en muchas de las fotografías presentes en publicaciones de arquitectura, donde las aristas verticales del modelo arquitectónico, aparecen paralelas en la fotografía.

La estrategia para la restitución de los elementos principales de la proyección comienza por identificar si la fotografía es de plano del cuadro oblicuo o vertical, puesto que el procedimiento para la restitución del punto de vista será ligeramente diferente. Trabajando con la imagen insertada en cualquier programa de CAD, podremos restituir espacialmente los elementos primordiales tomando referencias de la propia fotografía y aplicando la geometría proyectiva.

## 5.2. Restitución del punto de vista en fotografías de plano del cuadro vertical

Si nuestro fin es la restitución fotogramétrica, deberíamos tratar de evitar esta posición de cámara, puesto que, en general, es más costoso obtener los elementos geométricos necesarios para restituir el punto de vista.

El fundamento geométrico de esta restitución se muestra en la figura 6, que describe la proyección cónica de un cubo sobre un plano vertical y muestra los elementos principales: punto de vista PV, plano del cuadro PC, punto principal PP, línea de horizonte LH, así como la relación existente entre los puntos de fuga  $F_1$  y  $F_2$ , de aristas horizontales, con la dirección en el espacio que siguen estas rectas ( $r$  y  $s$ ), que son ortogonales, por ser paralelas a las aristas del cubo, y pasan por el punto de vista PV.

Partiremos de una imagen completa, libre de distorsiones, de un escenario arquitectónico, podemos asumir que el punto principal está en el centro de la fotografía. Por tanto, el punto de

vista estará sobre la recta ortogonal, al plano de la fotografía, que pasa por su centro.

La línea de horizonte puede ser horizontal o no, dependiendo de la rotación de la cámara alrededor del eje óptico. Sabiendo que, en una perspectiva de cuadro del plano vertical, la línea de horizonte contiene al punto principal, bastará obtener otro punto para que ésta quede determinada. Como sabemos que los puntos de fuga de las rectas horizontales han de estar sobre la línea de horizonte, bastará determinar uno de estos puntos de fuga para acabar de definirla.

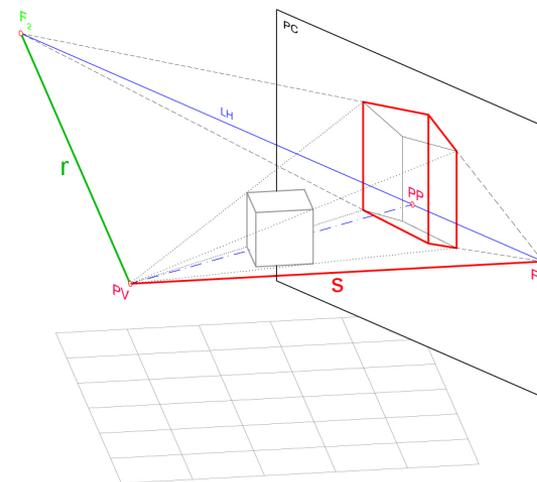
En fotografía arquitectónica es fácil encontrar referencias horizontales tales como dinteles de ventanas, cornisas, remates, a partir de los que obtener el punto de fuga buscado. Cabe mencionar que la línea de apoyo del edificio en el suelo, rara vez es horizontal, por lo tanto, no se ha de contar con ello.

Bastará conocer otro punto de fuga, sobre la línea del horizonte, para poder dibujar el arco capaz determinado por el segmento definido por los dos puntos de fuga obtenidos, que abarca el ángulo comprendido entre las dos direcciones que determinan los puntos de fuga obtenidos. Este arco cortará al rayo principal en un punto, que es la solución al punto de vista buscado (Fig.7).

Por facilidad sería conveniente encontrar en la foto dos direcciones que podamos considerar horizontales y ortogonales entre sí, para que el arco capaz sea de  $90^\circ$ . En caso contrario, deberemos realizar un arco capaz del ángulo que forman las direcciones, obtenido de la planimetría o de la medición in situ.

## 5.3. Restitución del punto de vista en fotografías de plano del cuadro oblicuo

La figura 8 muestra el fundamento geométrico para la restitución, mostrando la proyección cónica de un cubo sobre un plano oblicuo. En este caso vemos la relación entre los puntos de fuga de las aristas del cubo que forman el triángulo de



6. Esquema de una proyección cónica de plano del cuadro vertical



7. Restitución del punto de vista de fotografía de plano del cuadro vertical

trazas de vértices F1,F2 y F3, que es la base de un triedro trirectángulo, cuyo vértice es el punto de vista PV, en el que confluyen las rectas r, s y t, paralelas a las aristas del cubo. Es importante destacar que el punto principal PP es el ortocentro del triángulo de trazas mencionado.

Hemos visto, en el caso anterior, que en un escenario arquitectónico, es habitual tener referencias de aristas verticales y horizontales del modelo, que serán el apoyo para conseguir la restitución del punto de vista. En este caso, será suficiente determinar dos puntos de fuga, de dos direcciones ortogonales, y el punto principal, que situaremos en el centro de la fotografía. Con ello trazaremos el triángulo de trazas y el triedro trirectángulo que determina la posición del punto de vista.

Lo más sencillo, en este caso, es obtener los puntos de fuga correspondientes a las direcciones verticales y horizontales de una fachada. Seguramente, en la fotografía tendremos referencias como aristas de cornisa y dinteles de huecos que podrán ser consideradas como líneas horizontales, mientras que los límites laterales o las aristas de las jambas de los huecos, pueden considerarse como líneas verticales. Prolongando estas referencias, obtendremos los dos puntos de fuga buscados.

Ya hemos comentado que, si la fotografía de partida estuviera recortada, no podríamos asegurar que el punto principal está en el centro, por lo que, para poder determinar el triángulo de trazas, necesitaríamos 3 puntos de fuga, correspondientes a tres direcciones ortogonales en el espacio, cosa que no siempre es posible obtener, si bien, podríamos construir el triedro a partir de los puntos de fuga de tres direcciones cualesquiera, conocido el ángulo entre ellas.

## 6. RECTIFICACIÓN Y RESTITUCIÓN 2D

Rectificar una fotografía supone una transformación proyectiva, que tiene como finalidad alterar la perspectiva de la imagen para visualizar un pla-

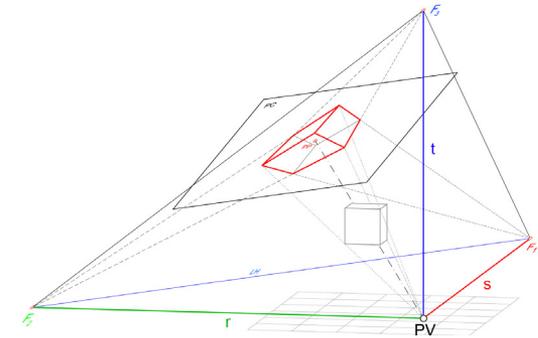
no en verdadera proporción. Esta transformación se puede entender espacialmente como un corte del haz proyectivo por un plano  $\pi$ , paralelo al que se pretende restituir (Fig. 10).

Las transformaciones de perspectiva se pueden conseguir directamente con Hugin (Cabezos y Cisneros, 2010), sin embargo, habiendo visto cómo restituir el punto de vista y las direcciones importantes, en el apartado anterior, éstas también se pueden realizar desde el programa de CAD, situando una cámara en el punto de vista obtenido, con el eje óptico, orientado convenientemente, y obteniendo la imagen que se observa desde esta cámara.

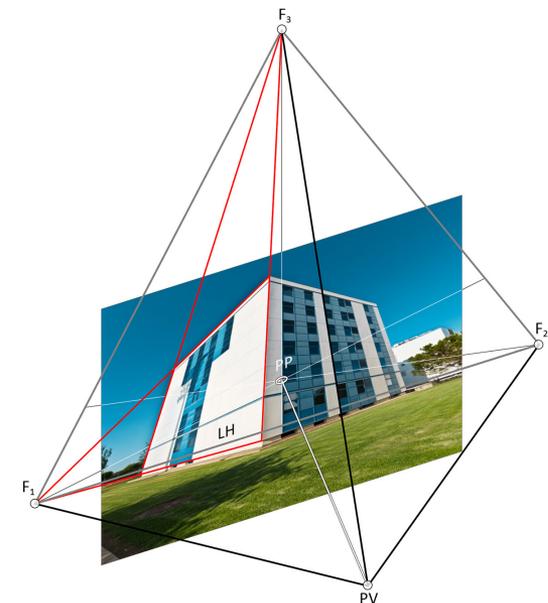
Para realizar una ortorectificación, podemos situar esta cámara en el punto de vista, apuntando hacia el vértice del triángulo de trazas, donde fuga la dirección ortogonal al plano que queremos ver en verdadera proporción. La figura 11 muestra las dos ortofotos obtenidas de esta manera, a partir de la fotografía original.

La ortorectificación de una fotografía permite ver, en verdadera proporción, todo aquello que queda contenido en el plano considerado en el proceso de rectificación. Bastara insertar la imagen rectificada, en cualquier programa de CAD, y calcar los elementos que sean de interés. Para ponerlos a escala bastará saber la longitud real que hay entre dos puntos pertenecientes al plano restituido, cosa que podemos hacer fácilmente, en el momento de la toma fotográfica, utilizando una cinta métrica. Convendrá medir una distancia entre dos puntos, fácilmente identificables en la fotografía, separados lo máximo posible, para una mayor precisión en la puesta a escala.

Si tenemos planos paralelos al considerado, sus elementos también quedarán en verdadera proporción, pero a distinta escala, por la diferencia de distancias entre los planos y la cámara. Para poner a escala los elementos, contenidos en un plano paralelo al considerado, se puede realizar un escalado con centro en el punto principal de la fotografía rectificada (fig. 12)



8. Esquema de una proyección cónica de plano del cuadro oblicuo



9. Restitución del punto de vista de fotografía de plano del cuadro oblicuo

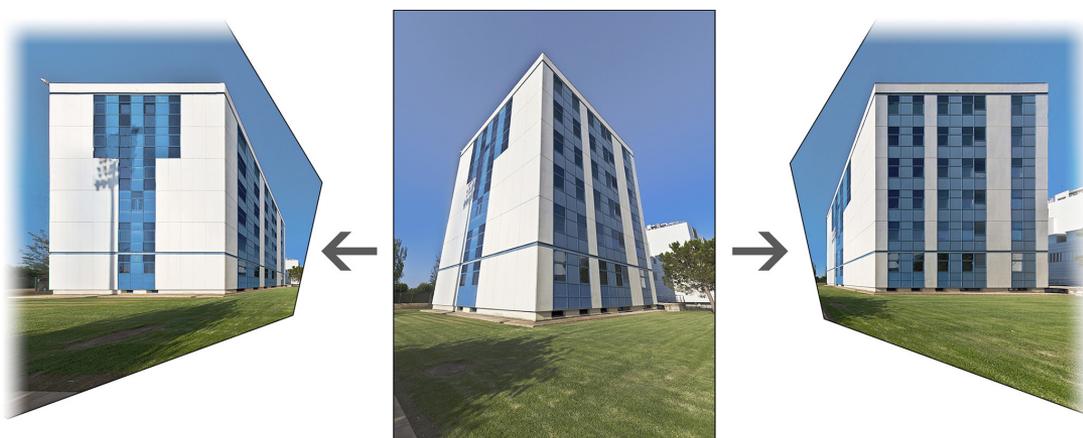
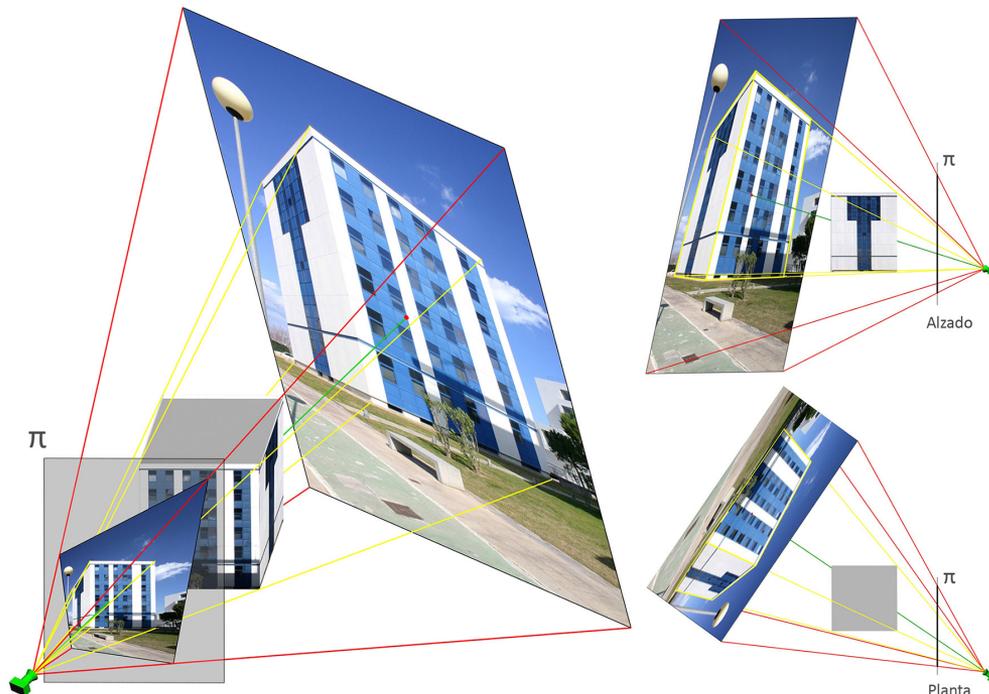
10. Concepto espacial de transformación proyectiva mediante el corte del haz por un plano  $\pi$

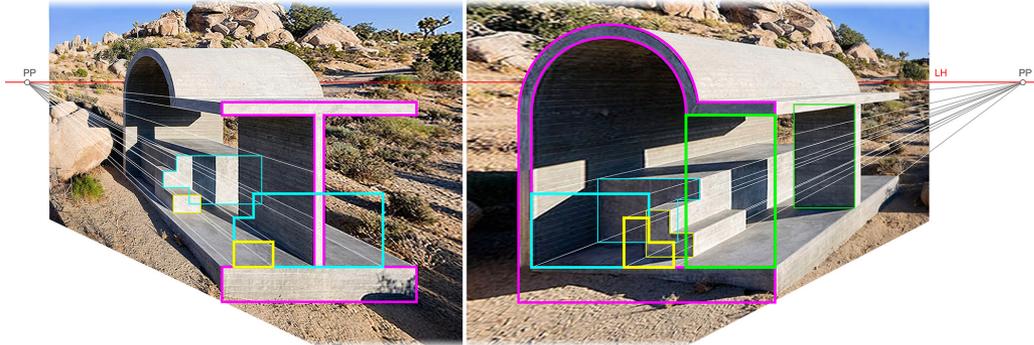
11. Orto rectificación de una fotografía para conseguir dos ortofotos

### 7. RESTITUCION 3D DIRECTA SIN RECTIFICACIÓN

Podemos utilizar varias estrategias para conseguir una restitución tridimensional directa, a partir de la foto original, sin necesidad de realizar la rectificación. Obtenido el punto de vista y algunas direcciones en el espacio, podríamos realizar una restitución punto a punto, usando la condición de colinealidad entre punto de vista, punto restituído y su proyección, pero debemos ser conscientes de que hay infinitas figuras geométricas que nos proporcionarían la misma proyección cónica, por lo que partiremos de la restitución de un punto, situado al azar sobre el rayo proyectivo, a partir del que dibujaremos las aristas del modelo paralelas a las direcciones obtenidas en el proceso de restitución del punto de vista. El punto elegido, en primera instancia, determinará el tamaño del modelo obtenido, pero bastará aportar alguna medida general para ponerlo a escala.

Otra estrategia, basada en el principio proyectivo de la rectificación, consiste en calcar sobre la foto original una forma, que debería estar contenida en un plano y construir el haz de rectas que parte del punto de vista y pasa por los vértices de la forma calcada sobre la fotografía, cosa que podríamos realizar fácilmente, construyendo una superficie radiada entre la forma y el punto de vista. Para restituir la forma en el espacio, bastaría cortar esta superficie reglada por un plano paralelo al que contiene a las formas en el espacio (fig. 14). La orientación del plano de corte queda definida si conseguimos restituir dos direcciones pertenecientes a este plano. La posición del plano de corte origina un tamaño determinado de la forma, lo que da lugar a infinitas soluciones, pero, al igual que en el caso anterior, bastará conocer una medida de la forma para su correcta puesta a escala.





- 12. Restitución bidimensional de las formas necesarias para la construcción y unificación de escalas (4)
- 13. Modelo tridimensional, construido a partir de las formas obtenidas previamente y comprobación de las condiciones de colinealidad

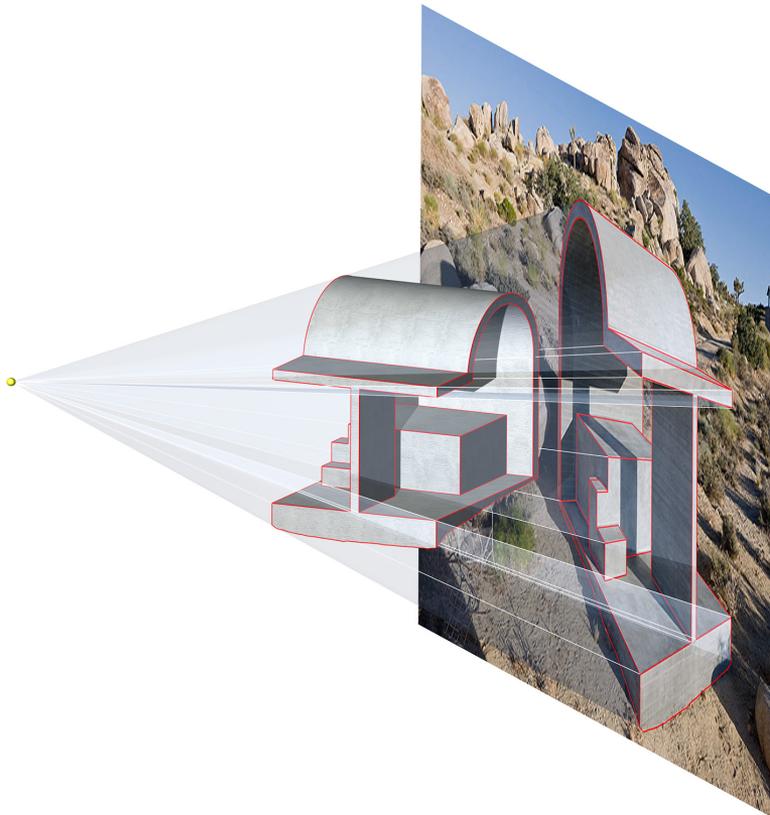
### 8. INTEGRACIÓN DE MODELOS EN SU ENTORNO REAL

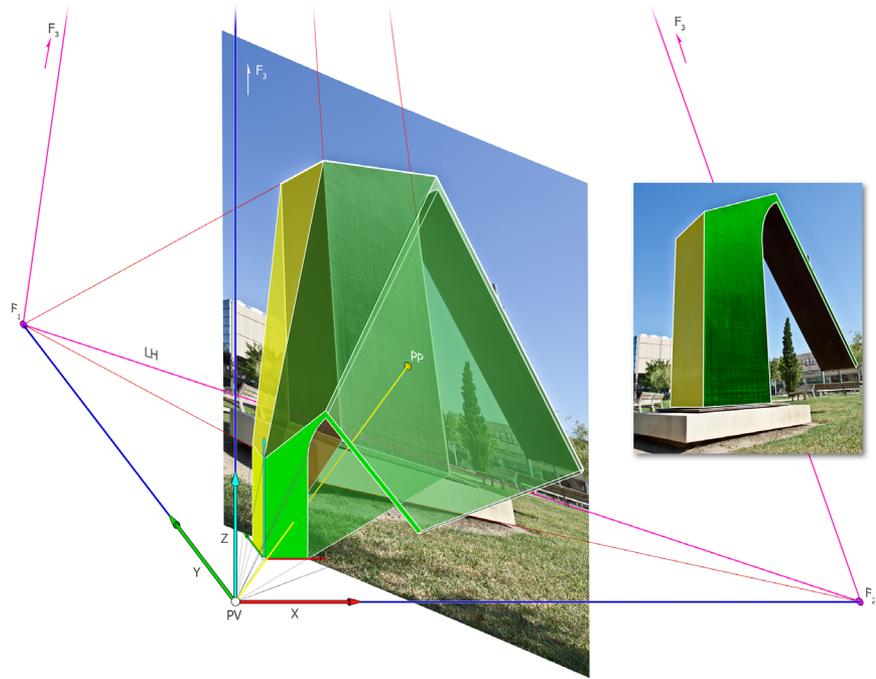
Hemos visto cómo restituir puntos y direcciones en el espacio. El paso siguiente será integrar un modelo virtual con una fotografía del entorno, tema especialmente interesante en presentaciones y en obras de restauración o ampliación.

Se trata de conseguir situar el modelo entre el punto de vista y la fotografía para que éste quede, aparentemente, integrado sobre su entorno, al visualizar la escena desde una cámara situada en el punto de vista.

Para ello deberemos restituir dos direcciones que aparezcan en la fotografía, paralelas a aristas del modelo, que nos permitan orientarlo en el espacio. Para fijar su posición, utilizaremos la condición de colinealidad con respecto a dos puntos en común entre el modelo y la foto.

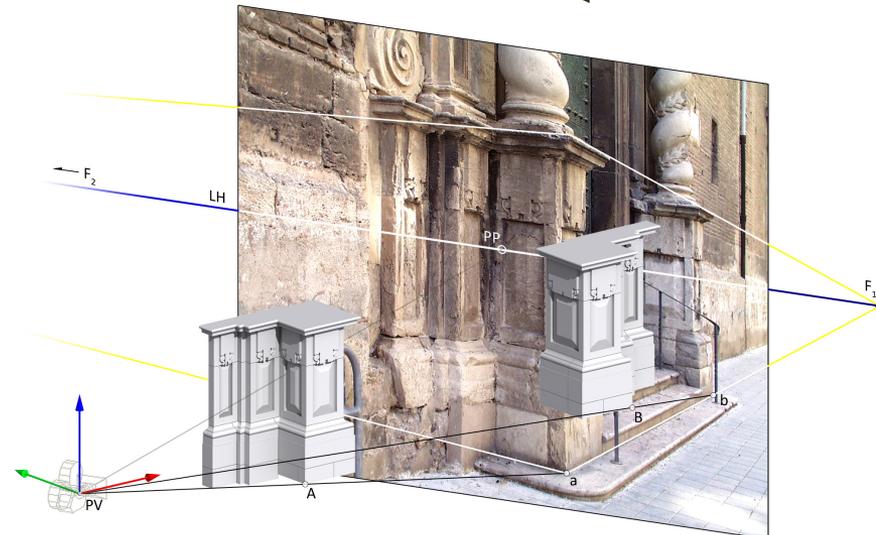
Tomando dos rayos proyectivos sobre los que deberemos situar los puntos del modelo correspondientes, bastará realizar un desplazamiento para situar un punto del modelo sobre cualquier punto del rayo proyectivo que le corresponde, obviamente el segundo punto no estará colocado todavía sobre su rayo, para lograrlo, podemos optar por un cambio de escala con respecto al primer punto, o bien, por un desplazamiento en la dirección del primer rayo hasta conseguir, en ambos casos, que el segundo punto se sitúe sobre el rayo proyectivo correspondiente sin que el primero pierda la condición de colinealidad. La escala no tendrá transcendencia, siempre que el modelo quede comprendido entre el punto de vista y la fotografía (fig. 15). Cabe incidir que, a mayor separación entre puntos escogidos, mayor será la precisión obtenida en la superposición.





14. Restitución 3D directa mediante el corte de las superficies radiadas con centro en PV

15. Colocación óptima del modelo sobre la fotografía de su entorno real



## 9. CONCLUSIONES

La metodología expuesta resulta de aplicación en la mayoría de situaciones en las que se necesita hacer una restitución. Con ella se llegan a alcanzar niveles de precisión por debajo del centímetro, siempre que el proceso de calibración e introducción de puntos haya sido realizado de forma rigurosa y las condiciones geométricas supuestas sobre el modelo, no se desvíen de las condiciones reales.

Su ventaja principal se fundamenta en el uso de software libre y de programas de diseño que son de uso habitual para cualquier técnico, por ello no requiere ningún gasto adicional en programas específicos.

El empleo de cámaras digitales convencionales, al alcance de todo el mundo, supone un ahorro considerable en relación con los carísimos equipos fotográficos tradicionales.

El trabajo de campo se minimiza en gran medida, puesto que basta tomar la fotografía y alguna medida general para la posterior puesta a escala, evitándose el apoyo topográfico que supondría el uso de medios más costosos.

El enfoque geométrico del proceso, y su relación con el sistema de proyección cónico, hace posible un mejor entendimiento del significado espacial de las transformaciones proyectivas.

A continuación se muestra una serie de ejemplos que han sido realizados siguiendo la metodología propuesta.



15. Reconstrucción ficticia del zócalo de la iglesia de San Juan de la Cruz de Valencia

16. Superposición del modelo 3D de una vivienda unifamiliar, sobre una fotografía del entorno

17. Varias propuestas de diseño sobre la fotografía de un edificio ya construido (5)

## NOTAS

[1] Ecuación empleada en los algoritmos del profesor Helmut Dersch sobre los que se basa el programa de cosido de imágenes Hugin

[2] Gimp es un programa de edición de imágenes digitales con licencia GNU que puede descargarse desde el link: <http://www.gimp.org/>

[3] Hugin es un programa de cosido de imagen con licencia GPL, que puede descargarse desde el siguiente link: <http://hugin.sourceforge.net/>

[4] Restitución realizada a partir de una fotografía de un proyecto de pabellones en el desierto californiano de Mojave, del arquitecto Arata Isozaki, obtenida de la edición digital de la revista Domus: <http://www.domusweb.it/en/architecture/2011/05/25/between-heaven-and-earth.html>

[5] Rainier Tower de Seattle de Minoru Yamasaki. Fotografía para la restitución tomada de: [http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Seattle\\_-\\_Rainier\\_Tower\\_from\\_48th\\_floor\\_of\\_1201\\_Third\\_Avenue.jpg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Seattle_-_Rainier_Tower_from_48th_floor_of_1201_Third_Avenue.jpg)

## BIBLIOGRAFÍA

Cabezos-Bernal, Pedro M. y Cisneros-Vivó, Juan J. (2012), *Fotogrametría con cámaras digitales convencionales y software libre*, EGA, no.20, pp. 88-99

Ferrer Muñoz, José Luis. (1981). *La perspectiva en las artes y en las técnicas*, Valencia

Maestre López-Salazar, Ramón (2003), T.D.: *Perspectiva cónica y fotografía: Análisis aplicado al levantamiento de planos de arquitectura*, Valencia.

Rodríguez Navarro, Pablo (2012), *La fotogrametría digital automatizada frente a los sistemas basados en sensores activos*, EGA, 17(20), pp. 100-111

Soler Sanz, Felipe (1996), *Perspectiva Cónica*, UPV, Valencia.

Villanueva Bartrina, Lluís (1996), *Perspectiva lineal. Su relación con la fotografía*, UPC, Barcelona.